کتابخانهٔ مجلس شورای ملی

نام کتاب کتاب الکرة والاسطوانه

مؤلف

موضوع تألیف

شمارهٔ دفتر

۲۲۵۱۳

۹۸۷۹

۶۴۱۱

۱۳۰

۱۱۴۱۱

کتابخانهٔ مجلس شورای ملی
نام کتاب کتاب الکرة والاسطوانه
مؤلف
موضوع تألیف
۶۴۱۱
۱۲۰
۶۴۱۱
بازدید شد
۱۳۸۲

وكذلك زاويتا ر ا ه ر ح ط وضلعا ا ر ح يكون ه ا مثل ط ح ويحصل
ا ح مشتركا فيكون ه ح مثل ط ح وذلك ما اردناه وهنالك ايضا
ان خط ر ه مساو لنصف قطر الدائرة لان زاوية ه مثل زاوية
ر ط ح فيكون خط ر ط مساويا لخط ر ه واقول ان ه ح مقسوم على
نسبة ذات وسط وطرفين على ر وقسمه الاطول ه ر وذلك لان
ه ر وتر اسدس و ر ح وتر العشر وقد تبين ذلك في الشكل الثالث عشر
من المقالة الثالث عشر من الاصول وذلك ما
اردناه تمت المأخوذات
لارشميدس ٥

١٣٥

بسم الله الرحمن الرحيم وبه نستعين

وهو تقرير كتاب الكرة والاسطوانة لارشميدس على ما نقله وحرره
العلامة المحقق البحر نصير الملة والدين محمد الطوسي طاب ثراه
وجعل الجنة مثواه والى استقت الى ما افاده فوايد لطيفة ودقايق
مهمة شريفة وامتزج الاصل والزيادة عليه بالاشارة اليه بالقول
قال المحرر لقوله بعد تحميد الله وتمجيده والصلوة على محمد واله
المصطفين من عبيده اني كنت في طلب الوقوف على بعض المسايل المذكورة
في كتاب الكرة والاسطوانة لارشميدس زمانا طويلا لكثرة الاحتياج
اليه في المطالب الشريفة الهندسية الى ان وقفت الى النسخة المشهورة
من الكتاب التي اصلحها ثابت بن قره وهي التي سقط عنها بعض المصادرات
لقصور فهم ناقله الى العربية عن ادراكه وعجزه بسبب ذلك عن النقل
فطالعتها وكان الذهن سقيما لجهلي بسخة سددته بقدر الامكان
وجهدت في تحقيق المسايل المذكورة فيه الى ان انتهيت الى المقالة
الثانية وعثرت على ما اهمله ارشميدس من المقدمات مع بناء بعض
مطالبه عليه فتحيرت فيه وزاد حرصي على تحصيله فظفرت بذخيرة
عتيقة فيه في شرح اوطوقيوس العسقلاني لمشكلات هذا الكتاب الذي

نقله

نقله اسحق بن حنين الى العربية نقلا على بصيرة وكان في ذلك الدفتر انقم
متن الكتاب من صدره الى اخر الشكل الرابع عشر من المقالة الاولى
انقم من نقل اسحق وكان ما يذكره اوطوقيوس في اثناء شرحه من متن
الكتاب مطابقا لتلك النسخة فوجدت من ذلك الدفتر ما كنت اطلبه
ورايت ان اختصر الكتاب على الترتيب والمختصر معانيه واتبين مصادراته
التي انما يتبين بالاصول الهندسية واثبت المقدمات المحتاج اليها
فيه واذكر شرح ما اشكل منه مما اورده الشارح اوطوقيوس او
استفدته من سايركتب اهل هذه الصناعة وامتز بين ما هو من متن
الكتاب وبين ما ليس منه بالاشارة الى ذلك واثبت اعداد الاشكال
على حاشيتها بالروايتين فان اشكال المقالة الاولى في نسخة ثابت
ثمانية واربعون وفي نسخة اسحق ثلثة واربعون ففعلت ذلك و
الحقت باخرها مقالة ارشميدس في تكسير الدايرة فانها كانت مبنية
على بعض المصادرات المذكورة في هذا الكتاب وسالت الله تعالى التوفيق
لاكتساب ما يرضيه انه خير موفق ومعين انتهى ما صدر به الصدر
العلامة المحقق الطوسي رحمه الله واقول انه اجاد في كل ما افاد واتى
بغاية الله تعالى وحسن توفيقه وقت لجوه اخر وجيه من اكثر
ما ذكره فالحقت به وميزت بينه وبين الاصل واستنبطت منها مسايل

شريفة وقواعد مهمة حسنة لطيفة نبهت عليها بالاشارة اليها فانها
مما ينتفع بها كثيرا سيما عند استنباط دقايق حقايق غرايب العلوم
الغريبة على ما سنقرره في موضعه ونفرغ بالفرع في كتب اخر

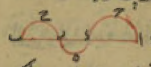
المقالة الاولى في صدر الكتاب افتتح ارشميدس كتابه بان
قال مخاطبا لواحد من اهل زمانه اسمه زوسيثاوس سلام عليك قد
ارسلت اليك قديما ما ثبت لي بالبرهان وهو ان كل قطعة يحيط
بها خط مستقيم وخط منحن من محيط قطع قائم الزاوية يعني القطع
المكافي على ما ذكر اطرقيوس في الشرح فهي مثل وثلث مثلث يساوي
قاعدته قاعدة القطعة وارتفاعه ارتفاعها واريد الآن ان اذكر
البرهان على سبيل ذلك قد تقررت لي وهي ان سطح كل كرة فهو
اربعة امثال اعظم دايرة يقع فيها وان سطح كل قطعة كرة مساو للدايرة
التي تساوي نصف خطها المستقيم الخارج من راس تلك القطعة
الى محيط قاعدتها وان كل اسطوانة يساوي قاعدتها اعظم دايرة يقع
في كرة وارتفاعها قطر تلك الكرة فهو مثل ونصف تلك الكرة وسطحها
مع قاعدتيها اتم مثل ونصف سطح تلك الكرة وهذه اعراض اولية
بالطبع لهذه الاشكال لكنها مما جهل من تقدمنا من المهندسين ولست
اخاف من ان يضاف ذلك الى ما وجده غيري من اهل هذا العلم وقد

برهن على ان الفرق بينهما ليس بيسير فقد وجدت ذكر في المجسمات ان
كل شكل ناري فانه يساوي ثلث مخروط يكون على قاعدة واحدة و
بارتفاع واحد وفي بعض النسخ ان كل مخروط مستدير فانه يساوي ثلث
اسطوانة مستديرة يكون حاملها ذلك فان ذلك وان كان اتم بالطبع
لهذين الشكلين كان مما جهله جميع من تقدمه من المهندسين مع مقالة
قدر كثير منهم وقد كنت احب ان لو استخرج مثل هذا او قريب في
الاحيا فقد كان يمكن له ان يتمرن ذلك ويقول فيه بقدر استحقاقه

اقول اظن ان هذا الشخص هو الذي سيذكره في صدر المقالة الثانية

قال ثم اني لما رجعت ما سنح لي صححته واظهرته وانفذته اليك فلتهنه
من يقدر على ذلك من المتبحرين في المقاييس وابتدات بالقضايا التي
قبلها التي تتالف البرهان منها والسلام عليك **الحدود** قال المخروط
المحدود المتساوية الكائنة في سطح هي التي اذا وصل بين اطرافها بخطوط
مستقيمة كانت اما ان تقع باسرها في جانب واحد من الخطوط المستقيمة
واما ان لا تقع منها شيء في الجانب الاخر منها **اقول** الخط المحدود
هو كل ما ليس بمستقيم على الاطلاق سواء كان مؤلفا من خطوط مستقيمة
متصلة على زوايا او كان قوسا من دايرة او منحنيا مما يحيط باحد القطوع
الثلثة او مركبا بعضه مستقيم وبعضه غير مستقيم او ملتويا في الجهات

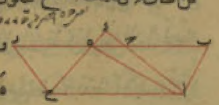
او غير ذلك مما يمكن وجوده فان الخط المحدب اعم من جميع ذلك وانما قيد
بالتناهي ليمكن ان يوصل بين طرفيه بخط مستقيم يحد طرفاه بطرفيه وقيده
بالكون في سطح ليتحدد له جانبان فان الخطوط الملتوية التي لا يقع في
سطح واحد يكون له جوانب غير متعددة بحسب اعتبار وقوع اجزائها
في السطوح المختلفة ثم ان المحدب الموصوف لا يمكن ان ينطبق على
المستقيم الذي يكون اطرافهما متحدة بل اما ان يقع بالاسر في احد جانبي
المستقيم او يقع بعضه في احد جانبيه وبعضه منطبقا عليه او يقع بعضه
في احد جانبيه وبعضه في الجانب الاخر او يقع بعضه في احد جانبيه
وبعضه في الجانب الاخر وبعضه منطبقا عليه وان تميز من خصص المحدب
الموصوف اصطلاحا بالذي لا يقع اجزاؤه في الجانبين مما بل اما ان لا
يقع بالاسر في احد الجانبين او يقع بعضه فيه وبعضه ينطبق على
المستقيم فيصدق عليه انه لا يقع شيء منه في الجانب الاخر **قال**
واسمي كل خط محدب يقع الخطوط المستقيمة الواصلة بين اي نقطتين
يمكن ان يفرضا عليه اما كلها في احد جانبيه واما بعضها في احد جانبيه
والبعض الاخر منطبقا عليه ولا يقع شيء منها في الجانب الاخر بالخط
العميق الى ذلك الجانب **اقول** اذا كان للخط المحدب حدبة واحدة
او حدبات كثيرة كلها الى جانب واحد عنه فهو عميق الى ذلك الجانب

واما الذي يكون بعض حدباته الى جانب منه والبعض الاخر الى الجانب
الاخر فلا يكون كذلك والعميق الى جانب اخص من المحدب بحسب الاصطلاح
المذكور وذلك ان كل عميق الى جانب فهو محدب بذلك الاصطلاح والخط
الذي له حدبات الى الجانبين ولم يقطع شيء من حدباته الخط المستقيم
الواصل بين طرفيه يكون محدبا بحسب الاصطلاح ولا يكون عميقا اما
اذا قطعه شيء من حدباته فلا يكون عميقا ولا محدبا مثال المحدب الذي
لا يكون عميقا الى جانب خط اب ده تج الواصل بين طرفيه خط اب
المستقيم على هذه الصورة ومثال الذي لا يكون
عميقا ولا محدبا خط اب ده تج ز الواصل بين طرفيه خط از وقد
قطعه الاول على نقطتي ب ز على هذه الصورة 
قال وكذلك انقم السطوح المحدبة هي التي ليست في سطح مستو لكن
اطرافها في سطح مستو وهي اما ان يكون بالاسر في احد جانبي ذلك السطح
المستوي واما ان لا يكون منها شيء في الجانب الاخر واسمي كل سطح محدب
يقع الخطوط المستقيمة الواصلة بين اي نقطتين يمكن ان يفرضا عليه
اما كلها في احد جانبيه واما بعضها في جانب واحد والبعض الاخر
منطبقا عليه ولا يقع شيء منها في الجانب الاخر بالسطح العميق الى ذلك
الجانب **اقول** ويسهل تصور هذين الحدين فما مر في الخطوط

قال واذا قطع مخروط كرة وكان راسه على مركزها فاني اسمي الشكل
الذي يحيط به سطح المخروط وما يحوزه سطح المخروط من سطح الكرة بالقطاع
المجسم واذا كان مخروطان مستديران على قاعدة واحدة وكان راساهما
عن جانبي سطح القاعدة ومحوراهما متصلين على الاستقامة فاني اسمي
الشكل المركب منهما رسيا مجسما يعني مخنيا مجسما القضايا التي
يحتاج الاوائل بها يعني المصادرات الاولى المخروط المخدة النهايات فاقصرها
المستقيم والتي هي منها عميقة الجانب واحد ويكون لا محالة بعضها مع
الخط المستقيم الواصل بالطرفين محيطا بالبعض الاخر احاطة اما بالاسر
واما بشيء من الاجزاء وذلك اذا كان الباقي من الاخر مشتركا بين
المحيط والمحاط به فالمحاط به منها اقصر من المحيط اقول هذه المصادرة
محتاجة الى بيان وذلك لان اوضح جزئياتها وابسطها هو ما بين بالبرهان
في الشكل الحادي والعشرين من المقالة الاولى من كتاب الاسطقسات
وليس من حق المصادرات ان يبين في العلوم التي تصدر بها لكن لما
كان هذه المصادرة هندسيا ولم يكن بتمامه مذكورا في شيء من الكتب
المشهورة كما ينبغي وجب ان نشير الى ذلك لئلا يكون ما في الكتاب مبنيا
على حكم غير واضح فاقول ان كان الخطوط المحدبة والعميقة المذكورة
ههنا مولفة من الخطوط المستقيمة الكثيرة فالحكم يتضح بادنى بيان اما

في المحدبة

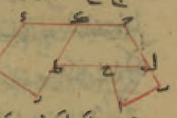
في المحدبة والمستقيمة فبان يوصل بين كل حدين متباينين من كل خطين
متصلان على حد مشترك في المحدب بخط مستقيم ويبين انه اقصر منهما
وهكذا الى ان ينتهي الى الخط المستقيم فيتضح انه اقصر من الكل مثاله ليكن
اب حد ده دح محدبا من لفاف خطوط مستقيمة هي خطوط اب بح
حد ده دح والواصل بين طرفي اح المستقيم فنصل اح فنبين انه اقصر
من اب دح وكذلك حه ه ح فيكون جميع اح ده ح اقصر من المحدب الاول



ونصل اه ونبين انه اقصر من اح حد
ه فيكون اه ح اقصر من اح حد واح
اقصر من اه ح فاذن اح اقصر كثيرا من المحدب الاول وكذلك ان كان
البعض محدبا والبعض مشتركا كما اذا كان المحدب اب حه ده د والمستقيم
اد والمشترك حد

في الوسط وكذلك ان كان
في احد الطرفين واما في الخطوط العميقة فبان يخرج كل واحد من اضلاع العميق
الداخل الى الخارج فيحدث خطوط عميقة اخرى ويبين انها اقصر من
الخارج واحدا بعد واحد الى ان ينتهي الى الداخل فيتبين انه اقصر من الكل
فيكون اقصر كثيرا من الخارج مثاله ليكن اب حه ده د العميق الخارج واح
ط د العميق الداخل ونخرج ر ط الى ك فيكون ر ك المستقيم اقصر من
محدب ره د ك وجميع عميق ر ه ح د اقصر من العميق الى الخارج ولنخرج

نخرج طح الى ل فيكون وطح ل المستقيم اقصر من محدب ط ك ح ل



وجميع عميق ط ل ب اقصر من عميق

ك ح ب ا وايضا ح ل المستقيم اقصر من

محدب ا ب ل ح فعميق وطح الداخل اقصر من عميق ط ل ب فاذن

هو اقصر كثيرا من العميق الخارج وعلى هذا القياس واعلم ان الحكم غير

واجب مع اختلال كل واحد من الشرطين المذكورين اعني اتحاد

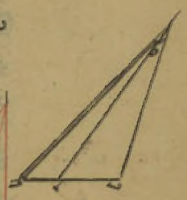
الطرفين وكون المحدبين عميقين الى جانب فليكن لبيان الاول ا ب ح

محيطين زاويتين منفرجتين وليتعلم على خط ب ح نقطة د كيف وقعت

ونصل ا د ونفصل من د ا الاطول د ه مثل ب ا الاقصر ونصف ا ه على ز

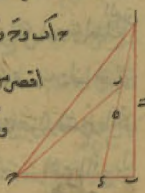
ونصل د ح في ا اقصر من ح ز ب ا اعني ح د د ه ونزيد عليهما ه د

ا ب المتساويين فيكون جميع ح ا ب اقصر من جميع ح د د ه لكن



ح ا ب و ح د د ه عميقان الى جانب فدصار المحيط منهما

اقصر من الخارج به واذا كان ذلك لبيان طرفي ب



ولكن لبيان الثاني

ا ب ح ه و ح ا ب

ح ط ه و ح ك محدبين الاطراف والمحيط منهما

اعني الاول اقصر من الخارج واذا كان ذلك كذلك لانهما ليسا عميقين

الى جانب واحد فهذا ما اردنا بيانه في المؤلفة من الخطوط المستقيمة اما

اذا كان المحدب غير مؤلف من الخطوط المستقيمة بل كان اما قوسا من

دائرة او قطعة من محيط قطع ما او منحنيا غير ذلك فنقول فيه ان المشهور

ان الطول والقصر في الخطوط بل العظم والصغر والمساواة في جميع المقادير

انما يتحقق بتطبيق احد مقدارين متجانسين على الاخر اما في الذهن واما

في الخارج حتى اذا لم يفضل احدهما على الاخر في جزء من الجهات تحقق التساوي

بينهما واذا فضل احدهما تحقق العظم للفاضل والصغر للمفضول من حيث

هما كذلك فان كان هذا هكذا فمن الواجب ان يبحث عن الخطوط المستقيمة

والمستديرة هل يمكن ان يطابقا ام لا حتى لو امكن لامكن الحكم على

احدهما بالطول والقصر والمساواة عند قياسه الى الاخر والا فلا

وكذلك في السطوح **قال** قوم باستحالة تطابقهما فان ذلك يستدعي

اما نقلا لاستقامة من المستقيم وطريان الانحناء عليه او بالعكس

في المستدير وكلاهما محال وذلك لان الاستقامة والانحناء كيفيتان

العارضتان للخطوط بل هما فصلان او ما هو بمنزلة الفصول ولذلك

حكم الفيلسوف بكون الخط المستقيم نوعا مخالفا للخطوط المنحنية وكل

واحد من المنحنيات المختلفة نوعا مخالفا للباقية واشخاص كل نوع

انما يكون بما يمكن ان تطابق بعضها على بعض **وقال** قوم اخرون انا نعلم

ان احد الطبيعتين ليس بماهية للمساواة ولا للعظم والصغر ولا ايضا
مقوم لتلك الماهيات فان القدرين يمكن ان يتساويا او يتفاوتا في
نفس الامر من غير ان ينطبق احدهما على الاخر او يتوهم تطبيقهما وان
كان من شانهما الامكان تطبيق احدهما على الاخر فان كان ولا بد فلعل
التطبيق وامكانه طريق الى معرفة المساواة او التفاوت ولا يثبت من
انعدام الطريق الى معرفة الشيء انعدام الشيء في نفسه ثم ان كان لامكان
التطبيق مدخل في تحقيق ماهية المساواة او التفاوت لكان الحكم بامتناع
بين المستقيم والمستدير مما يحتاج الى برهان ونحن نقول
المستقيم يمكن ان ينطبق على المستدير او المنحني من غير زوال الاستقامة
عنه او طروان الانحناء عليه وذلك بان نحرك محيط دائرة على خط
مستقيم مماسه بان يدار عليه الى ان يعود الى مبداها فيكون المبدا والمنتهى
من الخط المستقيم نقطتان بينهما خط مستقيم ومن المستدير نقطة واحدة
ويكون ذلك الخط المستقيم مساويا لمحيط المستدير اذ لا يوجد فيما
بين المبدا والمنتهى من المستقيم نقطة الا وقد مر بها نقطة من المستدير
الا ان هذا التطبيق لا يكون قارا الذات ولا دفعة واحدة بل انما يحصل
منه شيء بعد شيء ويتم في زمان هي زمان الحركة وليس من شرط التطبيق
ان يحصل دفعة او يكون تطبيق جميع اجزاء المتطابقين معا في

زمان

زمان واحد فانا لو فرضنا هذا الوجه يمكن في السطوح ايضا تطبيق سطح الاسطوانة
والمخروط المستديرين على بسيط مستو لامكان التماس بينهما على خط مستقيم
فيكون ما بين الخطين من البسيط اللذين عليهما اتماسان في مبدا الحركة
ومنتهاها مساويا لسطح الاسطوانة او المخروط واما في الكرة فلا يمكن ان ينطبق
سطحها على مقعر كرة مساوية لها وقد يمكن ان يماس مقعر اسطوانة او مخروط
مستديرين بداية ولكن اذا امكن ان يساوي خط مستدير خطا مستقيما
او سطح اسطوانة مستديرا او مخروطي مستدير سطحا مستويا امكن ايضا ان
يساوي سطح كرة سطحا اخر غيره مما لا ينطبق عليه فان المساواة قد ثبت
في كثير من المقادير التي لا يمكن تطبيق بعضها على بعض لا في الخارج
ولا في التصور مثلا كما قد ثبت بالبرهان ان الدائرة التي يساوي نصف
قطرها وتر زاوية قائمة يساوي مجموع الدائرتين اللتين تساوي نصفا قطري
نظيريها الضلعين المحيطين بها وبالجملة فهذا البحث طويل خارج عما نحن فيه
انما يجب على الفيلسوف ان يحققه ويكفينا في هذا الموضع ان يتامل
ويفرض بدل الخط المنحني خطا مؤلفا من خطوط كثيرة صغار جدا في
غاية ما يمكن ان يكون من الصغر متالف عند زوايا متقاربة جدا في
غاية ما يمكن ان يكون من التقارب بحيث لا يتميز الاضلاع ولا الزوايا
في الحس بل يكون كانه ذلك الخط المنحني بعينه اذ لا يكون بينهما تميز

حتى لم يصلا ويصح الحكم بالتحقيق من غير خلاف على ان المستقيم عند قيام
الخط مستقيم الخ وكونه اطول او اقصر منه او مساويا له وانه يمكننا
على ما يكون في الحس غير متمايز عن المنحني المفروض بكونه مساويا او
متفاوتا لغيره كان الحكم في الحس على نفسه واما العقل فيوشك ان
يدرج من ذلك الى الحكم على المنحني انه لو كان من شانه ان يقع ذلك
الحكم هذا في نفس الامر وقس على ذلك الحكم في التطبيق واذا اكتفينا بذلك
نلرجع الى ما كنا فيه ونقول انه لما كان كون الخط المستقيم الواصل بين طرفي
قوس اقصر منه فبان تنصيف القوس ونصل بينهما ونبين ان الوتر الاول اقصر
منهما ونصف كل واحد من النصفين ونصل اوتارها ونبين ان الوتر اقصر
منهما وهكذا ابدا نصف الاخرى مرة بعد اخرى ولا يجعوه ودها كثرة
الى ان يحصل خط محدب مؤلف من اوتار صغار كما وصفنا بحيث لا يتمايز
في الحس عن القوس الاولى فيظهر للحكم بكون الوتر الاول اقصر منه ويكاد
ان يحصل في العقل حكم يقيني بكون الوتر اقصر من قوسه على تقدير ان
يقع الحكم عليه بالقصر عند قياسه اليها وكذلك البيان في سائر الخطوط
المنحنية تفرض نقط غير محصورة عليها ولخرج الخطوط المستقيمة بينها
تارة بعد اخرى وفي بيان ان اقرب الطريقين المنحنيين في جانب واحد
من الخط المستقيم الواصل بين اطرافهما المنحنية اقصر من ابعدهما انه

كذلك

كذلك في العمق المنحني والعمق المؤلف من الخطوط المستقيمة لكن العمق
المنحني اذا كان محاطا بالمستقيم يجب ان نخرج بدل الاوتار خطوطا قائمة
للمنحني لكن عمق ا ب ج المستقيم محيط بعمق ا د ج القوسي والمنحني د على
قوس ا د ج اما على منتصفها او على موضع اخر يقرب منه كيف اتفق ولنخرج
من نقطة د خط ه د ز المماس للقوس الى ان يصل الى نقطتي ه ز من
خطي ا ب ج ثم لنفرض نقطتي ح ط على قوسي ا د ج كما فرضنا اولا
ونخرج منهما خطين مماسين لها واصلين بين المستقيمين هكذا

مرة بعد اخرى الى ان يحصل عمق مؤلف من خطوط
صغار مستقيمة يشبه قوس ا د ج في الحس ويتبين انه
اقصر من عمق ا ب ج فيكاد ان يحكم العقل بكون القوس
اقصر منه اتم ولكن الحكم عليها بذلك واخراج الخطوط المماسة من
النقط في الدوائر والقطوع ممكن كما ذكره اقليدس وابلونيوس في اصولهما
واما في سائر المنحنيات فلا يحتاج الى التحقيق بل يكفي فيها التقريب اذا
كان الوصول الى الحكم العقلي هو الشائعة الحسية الحاصلة من المدرسة
في ذلك قال وكذلك انه فان البسيطات المحدودة النهايات التي
يكون عمقه الى الجانب الاسفل يكون غير متساوي وتر المحيط منها بغيرها الخاطئ
اما بالاصر واما بالبعض اذا كان البعض الاخر مشتركا بين المحيط والخاطئ

والمحاط به منها اصغر من المحيط **اقول** وتبين هذا الحكم في السطوح
بمثل ما تبين في الخطوط وبدأ بالعميقات المؤلفة من السطوح المستوية
فنقول اولا ان السطح الواصل بين اطراف العميقات المؤلفة من السطوح
المستوية اصغر منها واستقدم لبيان ذلك مقدمة هي هذه ليكن نقطة
في التمثيل وبه خطا في السطح ويخرج منها عمودا على به وعمود
على السطح ونصله به ونقول انه عمود ايضا على به
برهانه نعلم على خط به نقطة ز كيف وقعت ونصل از ده فيربع از
يساوي مربعي اه ده لكون زاوية اه ز قائمة ويساوي ايضا مربعي
از ده لكون زاوية از ده ايضا قائمة لكن مربع از منهما يساوي مربعي
اه ده لكون زاوية اه ز ايضا قائمة فربعا اه ده يساوي مربعات
اه ز ز ده وتلغى مربع اه المشترك يبقى مربع ز ده يساويا لمربعي
ز ز فاذن زاوية ز ز قائمة وه ز عمود على به ثم ليكن العميق
مؤلفا من مثلثات اب اج اد اه ات والسطح الواصل بين اطرافه
سطح به ده حتى يكون سطوح العميق مرتفعة الى نقطة ا ونخرج
من العمودة از اح اط اك على اضلاع السطح وعمود ال على السطح
نفسه ونصل لب لج لط لك فظاهر ان لب اصغر من اب لقوله
عليه وعلى ال وكذلك لج من اج ولط من اط ولك من اك وجميع

السطوح الكائنة من اعمدة ال ولج
لط لك في اضلاع به ده ز
ده د التساوي السطح به ده ص
من جميع السطوح الكائنة من اعمدة اب
اج اط اك في اضلاع الاضلاع المذكورة المساوي لجميع مثلثات
اب اج اد اه ات اعني العميق المذكور وذلك ما اردناه فان
جعلنا العميق المذكور مؤلفا من مثلثات اج اد اه ات ومن سطح
به ده في هذا الشكل بعينه والسطح الواصل بين اطرافه مثلث اب ج
ضمن سطح به ده بخطوط ب مثلثي به ب ك ه د وبينا ان مثلث
اب ج اصغر من العميق المؤلف من مثلثات اب ب ج د ا ج د ا المرتفع
من مثلث اب د الى نقطة د وان مثلث اب د من المثلثات المذكورة
اصغر من العميق المؤلف من مثلثات ا ب د ا ب ه د ا ب ه ا ب ه ا المرتفع من مثلث
اب د الى نقطة د فاذن مثلث اب ج اصغر كثيرا من العميق المذكور
الا وهكذا ان كان السطح منقسما الى مثلثات فوق اثنين فاذا كان
العميق مؤلفا من سطوح كثيرة مختلفة كالعميق المؤلف من سطوح اب
ك ك ج ط ط ه د ج ط د ه د م د ج ال م ك ل م د ك ط ج
د الثمانية والسطح المار باطرافه سطح اب ج د ه د ووصلنا بين احدى

الزوايا التي لا يكون على السطح المار بها ذينك كانت وبين سائر الزوايا
بخطوط وليكن تلك الزاوية نقطة ح ونصل خطوط ح ح ح ح
ا ح ح ح ح ك ح ل ح م الثمانية فينقسم الجسم الذي يحيط به العميق
والسطح الى اجسام بعدد السطوح المتقابلة لنقطة ح وهي سطوح
د ح ط ك ا ب ك د ل ا م ه د م د ك ل م د ا ب ح د ه د ا ب
ويرفع كل واحد من تلك الاجسام من احد تلك السطوح الى نقطة ح
ثم نبين مثل ما بان سطح ا ب ح د ه د
اصغر من العميق المؤلف من مثلثات ب ح
د ح ب ا ح ب ح ه د ح ه د ح

الستة التي ترفع من ذلك السطح الى نقطة ح وان مثلث ح د ه منها
اصغر من العميق المؤلف من سطح د ح ط وهو مثلث ح ك د ح ط ط
ح ح ط الثلثة وان مثلث ح ا ب اصغر من العميق المؤلف من سطح
ا ب ك د ومثلثات ح ا ح ك د ا ح ب ح ك وان مثلث ح ب ا اصغر من
العميق المؤلف من سطح ب ا م ومثلثات ح م ح ل م ح ب ل وان مثلث
ح ه د اصغر من العميق المؤلف من سطح ه د م ومثلثات ح د ه ح
م د ح د م فاذن بكون السطح المذكور اعني سطح ا ب ح د ه د اصغر كثيرا
من العميق المذكور الا وعلى قياس ذلك في سائر ما يمكن من العميقات

المؤلفة

المؤلفة من السطوح المستوية واما في العميقات التي يحيط بعضها
ببعض فينبغي ان نخرج على قياس ما مر في المخروط العميقة التي يحيط بعضها
بعض احد سطوح العميق المحاط به في الجهات الى ان يلقى العميق المحيط ثم نخرج
سطح اخر مماسا له وهكذا الى ان يتم لاخراج جميع السطوح التي تالف منها
العميق المحاط به ثم نبدأ بالاخير فنبين ان العميق المحاط به اصغر منه مع ما
تقدمه السطح الاخير من المحيط وان ذلك اصغر اعظم منه مع ما تقدمه
السطح الذي اخرج قبله وهكذا الى ان ينتهي الى العميق المحيط فنبين ان
المحاط به الاول اصغر كثيرا منه مثاله ليكن العميق المحيط مؤلفا
من سطوح ا ب ح د ب ط د ح ح ط ح ا و ح ه ط والخمسة والمحاط
مؤلفا من مثلثات ا ك د ب ك د ب ك ح ك ا الاربعة والسطح الماد
باطرافها المحدثة سطح ا ب ح ونخرج سطح مثلث د ك ه الى الجهات
الى ان ينتهي الى العميق المحيط فيكون الفصل المشترك بينه وبين سطح
ح ا ه ح خط ح ك والذي بينه وبين سطح ه ح ط د خط ك م والذي
بينه وبين سطح ب د ك د خط م د فينفصل بهذا السطح من الجسم الذي
يحيط به العميق والمحيط السطح الاصل باطرافها منثور يحيط به
سطوح د ح ط ك ح ط م ح ك م د الثلثة ومثلثات ح ك ح د م ط
ونسميه المنفصل الاول وبقي جسم يحيط به سطوح ح ل م ه د

م ز اه ز ب اول ه ب د م ز الستة ونسميه الجسم الثاني ثم نخرج
بعده سطح مثلث ح ك ا فيكون الفصل المشترك بينه وبين سطح
ح ل د م اعني المخرج الاخط ح ك ب ز والذي بينه وبين الباقي
من سطح ه ح ط د خط ب ز م د والذي بينه وبين سطح ا ز د ه خط
د ا فينفصل به من الجسم الثاني جسم يحيط به سطوح ا ب ز د ك
ح ه ا ح ل ه الثلثة ومثلثا ح ز ل ا د ه ونسميه المنفصل الثاني
ويبقى منه جسم يحيط به سطوح ح ز م د ه م ز ا ب د ه د م
ز د ا ح ز ه ا ح ب الستة ونسميه الجسم الثالث ثم نخرج بعده
سطح مثلث ا ك د فيكون الفصل المشترك بينه وبين سطح ا ح ه
د اعني المخرج ايضا خط ا ك وبينه وبين سطح ح ل م د المخرج اولا
خط ك ع والذي بينه وبين سطح د ك ط د خط د ع فينفصل به
من الجسم الثالث جسم يحيط به سطوح ا ب ع ك ز م ع ك د م ا ب
ز ه ع م د ا ك ز ه الستة ونسميه المنفصل الثالث ويبقى
من الجسم الثالث جسم يحيط به ز ع ك ح ع ك ا ب د ه الثلثة
ومثلثا ح ك ا ب ع د ونسميه الجسم الرابع وينفصل منه بسطح مثلث
ب ك د الباقي من مثلثات العمق المحاط به الاربعة محروط يحيط
به مثلثات د ك ز د ع د ب ك ع ك ح ع الاربعة ونسميه الفصل

الرابع

الرابع ويبقى جسم يحيط به العمق المحاط به والسطح الواصل الاطراف
ثم نقول لما كان سطح مثلث ب ك د من العمق المحاط به اصغر من عمق
بنا لف من باقي سطوح المنفصل الرابع وهي مثلثات د ع د ب ك ع ك ح
ع وجب ان يكون العمق المحاط به اصغر كثيرا من عمق بنا لف من سطوح
الجسم الرابع سوى السطح المار
بالاطراف وهي سطوح ا ع ك د ب
ع ك ا ومثلثا ح ك ا ب ع د
ونسميه العمق الثاني وايضا

لما كان سطح د ع ك من العمق الثاني اصغر من عمق بنا لف من باقي
سطوح المنفصل الثالث وهي سطوح ز م ع ك د م ع ك د م ز ا ب د ه ع
م ز ا د ز ه الخمسة وجب ان يكون العمق الثاني اصغر من عمق بنا لف من سطوح
الجسم الثالث سوى السطح المار بالاطراف وهي سطوح ح ز م د ه د م ز ا ب
د ه د م ز ا ح ز ه الخمسة ونسميه العمق الثالث وايضا لما كان
سطح ا ح ز ه من العمق الثالث اصغر من عمق بنا لف من باقي سطوح
المنفصل الثاني وهو سطحا ا ز د ه ا ح ل ه ومثلثا ح ز ل ا د ه كان
العمق الثالث اصغر من عمق بنا لف من سطوح الجسم الثاني سوى السطح
المار بالاطراف وهي سطوح ح ل م د ه د ل م د ا ح ل ه م ح ب

للخمسة ونسبة العميق الرابع وايضا لما كان سطح ح ل م ك منه اصغر
من عميق ب ا د من باقي سطوح المتصل الاول وهو سطحا ب ح ح ط
ل ح ط م وسلنا ح ل ح م ط وجب ان يكون العميق الرابع اصغر
من عميق ب ا د من سطوح ا ب ه ه د ب ح ح ط ح ا ه ح ه ح ط
الخمسة وهو العميق المحيط فاذن العميق المحاط به الذي هو اصغر من
العميق الثاني الذي هو اصغر من العميق الثالث الذي هو اصغر من العميق
الرابع الذي هو اصغر من العميق المحيط اصغر كثيرا من العميق المحيط وذلك
ما اردناه وينبغي ان يقاس على هذا المثال ما عداه من هذا النوع فنقصر
عليه لئلا يطول الكلام اما اذا لم يكن العميق مؤلفا من سطوح مستوية
بل كان اما سطحا مستديرا او محدبا او كان مؤلفا من سطوح بعضها
مستديرة ومحدب كان البيان فيما لا يكون مستويا قريبا مما مر في الخطوط
المستديرة والمنحنية والسطوح المستديرة والمنحنية والسطوح المستوية
يكون اما سطوح الاسطوانات او المخروطات او سطوح الاكر او ما يتألف
منها اما سطح الاسطوانة المستديرة فيفرض عليه دائرة هي اما دائرة قاعدة
الاسطوانة او دائرة موازية لها ويجزى محيط تلك الدائرة باجزاء صغار
في غاية ما امكن من الصغر بحيث اذا وصلنا بينها احدث شكل مضلع مؤلف
من خطوط مستقيمة لا تفرق الحس بينه وبين محيط تلك الدائرة ويخرج

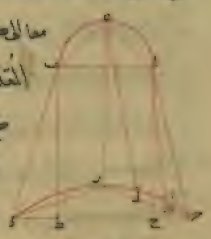
خطوطا

خطوط من نقط الزوايا متوازية ومتوازية لمستقيم الاسطوانة فيقع لامحالة
على سطح الاسطوانة جميعا وينتهي الى دائرتي الراس والقاعدة او الى غيرهما
ان كانت الاسطوانة كذلك ويكون لا محالة كل متوازيين متجاورين منها
في سطح مستو ويحدث من الجميع سطح اطرافي مضلع مؤلف من تلك السطوح
المستوية بحيث لا تفرق الحس بينه وبين السطح الاطرافي المستدير الذي
كان كلامنا فيه ثم نصف القسي الصغار من المحيط ونستأنف التدبير
فيحدث مضلع اخر اعظم من الاول لكون تلك السطوح من جهة تساوي
ارتفاعاتها على جنب الخطوط التي جعلنا اطرافها منتهى اضلاع تلك السطوح
وهكذا مرة بعد اخرى ما امكن ويتبين في المضلع الذي ينتهي اليه ما نريد
بيانه في المستدير من كون السطح المستوي الواصل بين اطرافه او العميق الواقع
في داخله اصغر منه وكون اصغر من العميق المحيط به على قياس ما مهدناه
ويقع من ذلك ومن العلم بانا لو فرضنا كل واحد من الاقسام مرة بعد اخرى
الى ما لا نهاية له وعملنا العمل المذكور لكان الحكم كما ذكرنا حكم يقضي في
العقل بثبوت الحكم المطلوب في السطح المستدير الاسطواني لو امكن ولما
سطح المخروط المستدير القائم فالبيان والعمل فيه كذلك بعينه الا ان
الخطوط المرسومة على نقط الزوايا يصل بينها وبين راس المخروط فيحدث
مخروطات مضلعة ويكون المحيط منها اعظم من المحاط به لكون الاعمدة

الواقعة من راس المخروط على قواعد مثلثات المضلع المحيط التي هي ابعد
من مركز قاعدة المخروط الحاصل من الاعمدة الواقعة من راس المخروط على
قواعد مثلثات المضلع المحيط جميعها انه الحاصل من قواعد مثلثات
المضلع المحاط به واما سطح الكرة فيجري مجرى محيط اي دايرة عظيمة ا تفقت
عليها الاجزاء الصغار المذكورة واما سطح الكرة فيفصل الاوتار وترسم
دوايرعظاما تقع نقط الاوتار بقطبي الدايرة العظيمة وتقسمها اقساما
المساوية لتلك الاجزاء الصغار ونفصل بينها ليحدث في داخل الكرة
شكل مضلع كثير القواعد قواعدها سطوح مستوية لها اضلاع اربعة
او ثلثة كما ذكر اقليدس في المقالة الثانية عشر من كتاب الاصطقسات فيكون
المثلثات المجتمعة منها عند كل قطب محيط بمخروط مضلع راس القطب
وكل مسقط من الصفوف التي يليها المتصلة على قواعد ذوات اربعة
اضلاع متجاورة حول المحور على الترتيب محيطا بقطعة من مخروط مضلع
لان اضلاعها المشتركة اذا اخرجت اجتمعت على نقطة من المحور خارج
الكرة ويكون الصف الاوسط بين القطبين ان كان عددها اجزاء نصف
الدايرة العظيمة فرد اجزاء بالسواء مضلعة لان اضلاعها المشتركة
وراي المحور تنصف كل واحد من القسي الصغار المذكورة مرة بعد
اخرى لا الى نهاية ونرسم كل مرة دوايرعظاما اخرى مرة بالنقطة المنصفة

اشكال الحاصل من المحيط بمخروط وقواعد

من الدايرة العظيمة الاولى ونقطيها ونصل الاوتار ونتم الاشكال فتحدث
مجسمات كثيرة كل واحد منها كثيرة قواعد في تلك الكرة ويكون بعضها
محيطا بالبعض وكل محيط اعظم من الذي يحيط به لكون كل اربع قواعد
من المحيط جمع باوتار قاعدة واحدة من المحاط به اعظم جميعا منها ولكن
بيان ذلك ان ح د لاحدى قواعد المحاط به ر ب واقصر من ح د وهما
متوازيان وان ب د متساويان وان اضلاع كل قاعدة ذات اربعة اضلاع
من قطع المخروطات المضلعة حول المحور يكون هكذا ونخرج على ا ب ح
د من القسي الموازية للقطبية ونصفها على ر ونصل ر ا ه ر ح ر
ر ونقول ان سطحي ا ر ب ر معا اعظم من سطح ا ر ونخرج من ا ب عمودي
ا ح ب ط على ح ر ومن ا ه عمودي ا ك ه ل على ح ر فمثلثا ا ب ح ر ب
المتساوي الساقين متشابهان لتوازي اضلاعهما النظاير ونسبة ح ر
الى ا ع اعني ح ل الى ا ع فح ط وبالتفصيل نسبة ح ك
معا الى ح ل كنسبة ح ح ط ط ا الى ح ط والتفصيل
المتقدمين نسبة ح ك الى ح ل كنسبة
ح ح الى ح ط وبالابدال نسبة ح ك
الى ح ح كنسبة ح ل الى ح ط وح ك
اصغر من ح ح لان ا ه اصغر من ا ب



فهي اصغر من حج ومربعه اصغر من مربعه واذا نقصنا هما من مربع
اح بقي مربع اك اعظم من مربع اح فاك اطول من اح وجميع اه ه ت
اطول من اب وجميع حز زد اطول من حد فمربع اك في نصف اه ه ت
حز زد جميعا التي هي مجموع سطحي اد دت اعظم من عمود اح في نصف
اب حد جميعا التي هي سطح اد واذا كانت اضلاع سطحي اه ب ح
زد النظائر متساوية وذلك عند كون القواعد من الاسطوانة المضلعة
المحيطة بالمخروطات الاخيرة متساوية وسطحا اد دت اعظم من سطح اب
لكون حز زد معا اطول من حد ونعيد سطح اه زه ونصف القوسين
اللتين على اح ه د على نقطتي ح ط ونصل اح ط ح ه ط ط د فيحدث
قاعدتا اح ط ح ح ز ط من الاربع التي يكون بازاء قاعدة اه زد
ويكون اضلاع اح ح ه ط ط د متساوية واضلاع اه ح ط ح ز
متوازية واه اقصر من ح ط وح ط اقصر من حز واذا كانت القواعد
من قطع المخروطات المضلعة ونخرج من مركز الكرة ولكن الى
نقطتي ح ط خطين فينصف ان ونري اح ه د على ك ل ونخرج منه
ايضا عمودي ه ز على سطح اه زه ونصل اه ح ه ز ز د فيكون متساوية
لان مربع كل واحد منها مع مربع ي ويساوي مربع نصف قطر الكرة الواصل
بين ي واحدى نقط اه زه ويكون زاويتا ه ز د متساويتين لتساوي

قول اول

قاعدتي حز اه وزاوية ح ز د اعظم من زاوية اه ه لكون قاعدة حد
اطول من قاعدة اه ونصل ك د ل د فلا يكون خطا مستقيما لان
زاويا ك ط ا اه ه وك ل جميعا اصغر من قائمتين ونصل ك ل فيكون مثلثا
لاه حز واقصر من ح ط لكونهما متوازيين بين خطي ح ي ك ط المتساويين
ونخرج من د عمود د ن

على حز د ن نخرجه الى م فيكون
عمودا على اه لموازي اه ح ح
ونصف ك ل على ع لكون
اه حز منصفين على م د ونصل ح ط على ت ونصل ه ت ت م ونصل
ي ت فيحدث لكونهما في سطح مثلث ح ي ط على ت متصلي ك ل ح ط
المتوازيين ويكون في مثلث ي ت ع القائم الزاوية زاوية ي ع ت
فيكون زاوية ت ي ع الباقية الى قائمتين منفرجة ويكون ت ي في
مثلث ت ي ع اطول من ي ع ونفصل من ي م ي ف مثل ت ي ونخرج
ف ص ف ر موازيا لح ز ونجعل ف ص مثل ي ح وف ق مثل ي ط و
نقع نقطتا ص ق خارج ضلعي اح ه ولان ح ط اطول من ك ل ك د
من اه ونصل ح ص ر ك فيكون سطح ص ح ر ك مسايرا لقاعدة ح
ر ط المتساوي عموديهما وراسيهما وقاعدتيهما ويكون م ت ي ت اطول

من م هو ولكون س ر مساويا لقطر ب يكون م س اطول من م ف واذا وصلنا
اصرة ذ كانت قاعدة اح ط اعظم من سطح اصرة المتساوي الساقين
والقاعدتين لكون عمود م س اطول من عمود م ف فاذن جميع قاعدتي
اح ط اه ح ح ر ط اعظم من سطح اصرة وان كانت قاعدة اه ر من اجزاء
الاسطوانة تساوت خطوط اه ح ط ه ر المتوازية ووقع عمودي ه على
نقطة ع ويكون زاويتا م ع س ه ع س قائمتين وعمود م س اطول من عمود
م ع وعمود س ر اطول من عمود ع د ونصف اه ح ط اطول من نصف اه
ك ل ونصف ح ط ح ر اطول من نصف ك ل ح ر فيكون لذلك قاعدتا
اح ح ر اعظم من سطحي الكرة اعني من قاعدة ا ر ومثل ذلك نبين
ان القاعدتين الباقيتين الاثنتين على سطح ه ر ت ت من الشكل المقدم
معا اعظم من سطح ه ر ت ت ونبين ان سطحي اح ر ه ر ت ت معا اعظم
من قاعدة ا ر ت فاذن مجموع القواعد الاربع اعظم كثيرا من قاعدة ا ر
ت ومثل ذلك نبين ان مجموع القواعد الاربع التي يقع بازاء القاعدة التي
يكون مثلثا يكون ايضا اعظم منه فاذن السطوح المحيطة بالشكل الكثير
القواعد المحيط اعظم من السطوح المحيطة بالشكل الكثير القواعد المحاط
به واذا دبرنا هذا التدبير مرة بعد اخرى امكن لنا ان نثبت الحكم المطلوب
بالبيان المناسب على سطح الكرة ان اشكل او على ما لا يفترق الحس به

وبين سطح الكرة وان رسم في الكرة الشكل غير ما ذكرنا على وجه يمكن ان
نبين المطلوب بما لم يختلف البيان وارشميدس يعمل في الكرة بعد عمل
الشكل المذكور في الدائرة العظيمة من الكرة باثبات قطر فصل بين دائرتين
متقابلتين من زواياه ودائرة الدائرة مع الشكل حتى يصير مجسما في الكرة
مؤلفا من مخروطين مستديرين وقطع من مخروطات مستديرة كما سنبين
بيانه وهو صالح ايضا لبيان ما نحن فيه الا انه ينبغي ان نبين اولا ان
السطحين المخروطيين المستديرين اللذين يرسمهما ضلعا اح ح ر يعني
مثال الشكل الاخير بادارة الكرة على محورها المذكور اعظم من السطح
المستدير المخروطي الاسطواني الذي يرسمه اح بان ينصف القسي التي
على الاضلاع المتوازية وحدها دون المتساوية مرة بعد اخرى ونصل
الاوتار ويتبين بالشكل المقدم ان السطحين اللذين يحدثان على الاضلاع
الساوية لضلعي اح ح ر يكونان ابدا اعظم من الذي يحدث على الاضلاع
الساوية لضلع اح لكن ان يحصل الحكم القسي بذلك على القياس المتقدم
ثم نبين بتنصيف القسي التي على الاضلاع المساوية لضلعي اح ح ر واخراج
الاوتار ادارة الكرة ليحصل سطوح مخروطية مرة بعد اخرى ان سطح الكرة
اعظم من السطوح المخروطية المفروضة ولا يحتاج الى المبالغة
في الكتاب وثانيا اذا اردنا ان نبين كون هذه السطوح المستديرة

اصغر من سطح عين يحيط به فينبغي ان نعمل لسطح الاسطوانة على نقط الا
من دايرتي خطوطا مماسة للدايرة متلاقية تحدث على الدايرة شكل
مضلع ونخرج من زواياه خطوطا متوازية وموازية لسهم الاسطوانة
فيحدث على سطح الاسطوانة سطح اسطوانة مضلعة محيطة بالاسطوانة
المستديرة ثم نخرج من مركز الدايرة الى نقطة زوايا الشكل المرسوم على
الدايرة خطوطا ومن نقط تقاطع تلك الخطوط ومحيط الدايرة خطوطا اخر
مماسة للدايرة الى ان يلاقي اضلاع الشكل ومن نقط الملاقاة خطوطا
موازية لسهم الاسطوانة فيحدث اسطوانة مضلعة ثانية داخل
المضلعة الاولى وخارج المستديرة ويكون السطح المحيط بالمضلع الثاني
اصغر من السطح المحيط بالمضلع الاول مثل ما مر وهكذا مرة بعد اخرى
الى ما لا نهاية له وهكذا في المخروط وسياتي في الكتاب عمل بعض هذه
الاشكال التي اشرنا اليها والطريق الى معرفة مقاديرها لاغراض تبين
هناك ونحن لما احتجنا الى بيان هذه المصادرات اليها قدمنا ذكرها
وان كان فيه تكرار ومخالفة للترتيب التي اعتادها ارشميدس على ما
سيجيء ذكره لما في الكرة فاذا قسمنا الدايرة المحيطة بالاقسام الصغار
والعددا المتقدم المشار بها وقطعنا تلك الدايرة لكم بتلك الاقسام اخرجنا
سطوحا متلاقية بما في الكرة على تلك النقط وطريقة البيان توصل بين

مركز

مركز الكرة وبين كل نقطة منها بخط مستقيم ونخرج من طرفه الخارج عمودين
على غير متصلين على استقامة كيف وقعا فالسطح الذي يكون العمودان
فيه يكون لا محالة مماسا للكرة ويحدث من تلاقي تلك السطوح شكل مضلع
محيط بالكرة ثم نخرج من مركز الكرة الى كل واحدة من زوايا ذلك الشكل
خطا مستقيما ومن النقطة التي قاطع عليها ذلك الخط سطح الكرة سطحا مماسا
للكرة فيحدث من تلاقي تلك السطوح شكل مضلع اخر على الكرة وفي المضلع
الاول يكون سطح المحيط باصغر من سطح الشكل المضلع المحيط به وهكذا
مرة بعد اخرى الى ما لا نهاية الى ان تبين المطلوب بذلك على الرسم المتقدم
واذا كانت سطوح مخروطية بكرة بينا مثل ما تقدم انها اعظم من
سطح الكرة ايضا وهكذا في سائر السطوح المحدبة التي لا يكون اسطوانية و
مخروطية وكرية فلا نطول الكلام بتكرار التدبير الفرد في واحد واحد منها
واذا ثبت الحكم بهذه الوجوه في سطوح الاسطوانات والمخروطات والاكر
وغيرها كان في اجزائها الواقعة في المجسمات المؤلفة منها ومن غيرها
بحسبها واضحا فهذه غاية ما تدرك عليه في ايضاح هذه المصادرات
نعود الى الكتاب **قال** المقادير المختلفة من الخطوط او السطوح او الاجسام
التي يكون بعضها انسب الى البعض فان فضل الاعظم منها على الاصغر يمكن
ان يزيد عليها بالمضعفات المتوالية مرة بعد اخرى **اقول** وهذا الحكم

من مقدمة اقليدس في صدر المقالة الخامسة من كتاب الاسطقسات ان
المقادير التي لبعضها نسبة الى البعض هي التي يكون ان يضعف بعضها بالتضعيف
على بعض ويبقى الشكل الاول من المقالة العاشرة على صورة اصغر مقدار
يتجانسين بالتضعيف لعظم من اعظمها فهذا تمام الكلام فيما صدر الكتاب
به وانا اورد هاهنا ما احتاج اليه في تلخيص العبارات وبيان المسائل
مما يتكرر كثيرا ويكون في حكم الموقوف عند الاستعمال عليه ويكون شرط
الايجاز مرعيا **فاقول** انا اطلقت اسم الخط والسطح فانما اعني بهما
المستقيم والمستوي وليس ساعدهما التقعر الخالفة للاستقامة والانحراف
كالخط المنحني وسطح الكرة مثلا واذا اطلقت المخروط والاسطوانة فانما
اعني بهما المستديرين والمخروط المستدير قد يسمى مخروط الاسطوانة والذي
يكون سمته عمودا على سطح قاعدته فقد يقال له القائمي الزوايا
والقائمي الاسوق والقائمي الاضلاع والقائمي الاقطار و
القائم الزاوية والقائم وانا اسميه المخروط القائم والاسطوانة المستدير
التي يكون محورها عمودا على قاعدتيها يقال لها القائمي الاقطار والقائم
الزاوية والقائمة وانا اسميها بالاسطوانة القائمة واسمي المخروط المضلع
الذي يكون قاعدته مستقيمة الاضلاع ورأسه نقطة بالقائمي و
الاسطوانة المضلعة التي يكون قاعدتها شكلان مستقيما الاضلاع

متساويان

متساويان متشابهان بالمنثور **واقول** انه اذا كانت اربعة مقادير نسبة
الاول ولكن الى الثاني ولكن ب اعظم من نسبة الثالث ولكن
ج الى الرابع ولكن د **اقول** انا اذا عكسنا كانت نسبة ب الى ا
اصغر من نسبة د الى ج وبيان ذلك بالاضافة ظاهر ب فاذا
كانت نسبة ا الى ج اعظم من نسبة ب الى د ولكن نسبة د الى ب نسبة
ج الى د نسبة ا الى ب اعظم من نسبة ا الى ب فا اعظم من د ونسبة
د الى ج بالابدال كنسبة ب الى د نسبة ا الى ج اعظم من نسبة د الى ج
اعني من نسبة ب الى د ح واذا ركبنا كانت نسبة جميع ا الى
ب اعظم من نسبة جميع ج الى د وذلك لان نسبة جميع ج الى
ب كنسبة جميع ج الى د وا اعظم من ج فجميع ا
اعظم من جميع ج ونسبة جميع ا الى ب اعظم
من جميع ج ونسبة جميع ا اعظم من جميع ب
الى ب اعني من نسبة جميع ج الى د ح وايضا اي د اعظم من ج في
ب وذلك لانا نجعل نسبة ا الى ب كنسبة ج الى د فه في د مثل ج
في ب واي د اعظم من د في د اعني من ج في ب ه وبالعكس اعني
اذا كانت اي د اعظم من ج في ب كانت نسبة ا الى ب اعظم من نسبة
ج الى د ولكن د في د اعظم من ج في ب وا اعظم من د ونسبة د الى ب كنسبة

ح الى ز فنسبة ا ب اعظم من نسبة ح الى ز و ط وايضا لما كانت نسبة
ا ب اصغر من نسبة ح الى ز وكانت ا ب اعظم من ح د
ولكن نسبة ه الى ب كنسبة ح الى ز فيكون نسبة ا ب اصغر من
نسبة ه الى ب فه اعظم من ا فهو اعظم كثيرا من ح د ب اعظم من ز د
ولكن نسبة ا ب الى ب ح اعظم من نسبة ز ه الى ح ز فاذا فصلنا كانت
نسبة ا ح الى ح ب اعظم من نسبة ز د الى د ه ولكن نسبة ح ب الى ب ه
كنسبة د ه الى ه ز واذا فصلنا كانت نسبة ح ح الى ح ب كنسبة ز د الى د ح
اعظم من ح ح فنسبة ا ح الى ح ب اعظم من نسبة ح ح الى ح ب اعني
من نسبة ز د الى د ه ح وايضا لما كانت نسبة ا ح الى ح ب كنسبة

ا ح
ح
ح ب
ب ه

ز د كانت نسبة مربع ا ب الى سطح ا ح في ح ب كنسبة مربع
ز ه الى سطح ز د في د ه لان نسبة مربع ا ح الى سطح ا ح
في ح ب كنسبة مربع ز د الى سطح ز د في د ه فح مربع ح ب
الى السطح الاول كنسبة مربع ز ه الى السطح الثاني فنسبة
مربعي ا ح ح ب الى السطح الاول كنسبة مربعي ز د ز ه الى السطح الثاني
واذا ركبنا قرن صارت نسبة مربعي ا ح ح ب مع ضعف السطح الاول
اعني مربع ا ب الى السطح الاول كنسبة مربعي ز د ز ه مع ضعف السطح الثاني
اعني مربع ز ه الى السطح الثاني ط وايضا ب نصف على ح ونقسم على د وعلى

ز ه اقرب الى ح من قسطي ا د

ب ح

في ز ب اصغر من مربع ا ح لان الفضل بينهما مربع ز ح وسطح ا د في د ب
اصغر من سطح ا ح في ح ب لان الفضل بينهما هو فضل مربع ح ح على مربع ح د
يا وايضا خط ا ب فصل منه د ح وزيد فيه ب ه فنسبة ا ب الى
ح ه اعظم من نسبة ا د الى د ح وذلك لان نسبة ا ح الى ح ب اعظم من
نسبة ا ح الى ا د ح ب واذا ركبنا كانت نسبة ا ب
الى ح ه اعظم من نسبة ا د الى د ح وايضا نسبة ح ب الى ب ا اصغر من
نسبة ح ب الى ب ه لك ١٤٢ وايضا نسبة ا ب الى ب ا اعظم من نسبة ا ب
الى ب ه اقول فنسبة ا ب مشابها بالكبر اعظم من نسبة ب ه الى ب ه مشابها
بالكبر ولكن ا ح متوالية في النسبة وكذلك ز ه ولكن نسبة
ا ح كنسبة ز ه الى ب ا فنسبة ا ب الى ب ا اعظم من نسبة ا ح الى ح ب فنسبة

ح ب
ط ح
ط
ب ه

من ح ولكن نسبة ب ا الى ا ط كنسبة ه الى ز فنسبة
ب ا الى ا ح اعظم من نسبة ا ط الى ط ح اصغر من ط ولكن
نسبة ب ا الى ا ط كنسبة ح الى ح ط حتى يصير ا ح ح ط
متوالية على نسبة ز ه ب ا اصغر من ح ط فنسبة
من ط في اصغر كثيرا من ط ونسبة ا ح التي هي
نسبة ا ب مشابها اعظم من نسبة ا ح التي هي لمساواة كنسبة

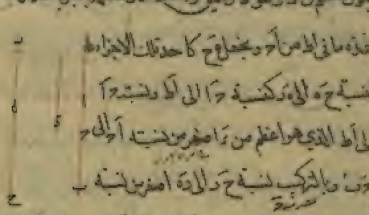
الى التي هي نسبة د الى ه وكذلك ان كانت نسبة ا الى ب
من نسبة د الى ه كانت ابعد النسبة كذلك فهذا ما اردت تقديمه
مما هو بمثابة الاصول المحتاج الى بعضها في تقريب بعض المواضع التي
يحتاج الى بيان من هذا الكتاب سياتي باقي ما يحتاج اليه مما
هو بمنزلة الجزئيات في المواضع المخصوصة بها بعد الشكل الذي
يحتاج في بيانه اليه وخالفت بين الاشكال التي هي من هذا الكتاب
بين ما ليس منه ليتمرن في بادي النظر ويشتغل من ههنا بتقرير من الكتاب

الاشكال الثاني

الاشكال الثالث وبعد تقديم ما وجب تقديمه نقول اذا
رسم في دائرة شكل كثير الزوايا فمحيطه اصغر من محيطها وذلك لان
كل ضلع منه اصغر من القوس التي هو وتر لها فجميع الاضلاع اصغر من
المحيط ∴ واذا رسم على دائرة شكل كثير الزوايا فمحيطه اعظم من محيطها
فليكن الدائرة ب ج د ط ل والشكل شكل ا ه و ح ي وذلك لان محيط

ب ل اعظم من قوس ب ل اذ هما خطان
عميقان متحدا الطرفين في جانب واحد
وكذلك ل ي ط اعظم من قوس ل ط و ط
ح د من قوس ط ح و ح ه من قوس د ه و ه
ا ب من قوس د ب فمحيط الشكل اعظم من محيط الدائرة وذلك انا

اردناه ∴ لنا ان نجد خطين يكون نسبة اطولهما الى اقصرهما اصغر من
نسبة اعظم اي مقدارين فرضا الى اصغرهما فليكن اعظم المقدارين
ا ب واصغرهما ج ونفصل من ا ب ب د مساويا لج ونأخذ ا ه ايضا
يكون اعظم من ب د وهو ا ه فليكن ه خطا ما ونقسمه باجزاء عدتها



عدة ما في ا ه من ا و ونجعل و ح كاحد تلك الاجزاء
فنسبة ح ه الى ه د كنسبة ه د الى ا ه ونسبة ه ا
الى ا ط الذي هو اعظم من د ا اصغر من نسبة ا ه الى
ه د وبالتركيب نسبة ح د الى د ه اصغر من نسبة

١٣٢

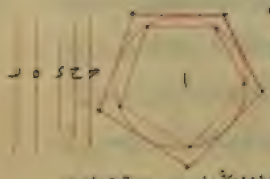
ا ب الى ا ه اعني ه ا فاذن وجدنا خطي ح د ه كما وصفناه ∴ لنا
ان نرسم في دائرة وعليها شكلين كثيري الزوايا متشابهين يكون نسبة
ضلع الشكل الذي عليها الى ضلع الشكل الذي فيها اصغر من نسبة اعظم
اي مقدارين مختلفين فرضنا الى اصغرهما فليكن المقداران ا ب و ا اعظمهما
والدائرة دائرة ج د ه ولتكن نسبة خط ط الاطول الى خط ك
الاقصر اصغر من نسبة ا ب الى ب ج فاذا ذلك ممكن لما مر في الشكل المتقدم
نخرج من نقطة ا عمود ا م على خط ك ل ونفصل ك م مساويا لخط ط
وذلك ممكن لكون ط اطول من ك ل ونخرج في الدائرة خطي ج ه و د
متقاطعين على د ا قائمة ونصف زاوية د ج ه مرة بعد اخرى

الى ان ينتهي الى زاوية اصغر من زاوية ك وليكن هي زاوية ه ح ح
ونصل ح ح فيضلع الشكل الذي في الدائرة فنصف زاوية ه ح ح
ح بخط ح ز ونخرج من نقطة ز خطا ما س الدائرة وهو خط ز ه
ع ف ونخرج خطي ح ح ح ط الى نقطتي ف ع فيكون خط ف ع ضلع
الشكل الذي على الدائرة والشكلان يكونان متشابهين وكلاهما
متساوي الاضلاع ولان زاوية ه ح ح اصغر من ضعف زاوية
ك ونصفها اصغر منها وزاويتا ل ز قائمتان يكون نسبة م
ك الى ك ل اعظم من نسبة ح ح الى ح ز وح ح مساو لخط ح ط
فنسبة ح ز الى ح ز اعني نسبة ح ح الى ح ز بل نسبة ع ف الى ح ز
ه ا اصغر من نسبة م ك
الى ك ل اعني خط ا الى ك
ا التي هي اصغر من نسبة
ا الى ب فاذن نسبة
ع ف ضلع الشكل الذي
على الدائرة الى ح ز ضلع الشكل الذي فيها اصغر كثيرا من نسبة ا الى
ب وذلك ما اردناه **اقول** اما الوجه في ان نصل ك م مساويا
لخط ا بان نخرج ك ل ونجعل ك ص مساويا لخط ا ونرسم على ك

بعد ك ص دائرة ص م ونخرج عمود
ل م الى ان يلقى المحيط على م ونصل ك م فاما
بيان ان كون نصف زاوية ح ح اصغر
من زاوية ز ك ز وزاويتي ل ز قائمتين
يوجب ان يكون نسبة م ك الى ك ل اعظم من نسبة ح ح الى ح ز فبان
يعمل خط ك ل زاوية مثل نصف زاوية ل ك ز و
يخرج خط ك ز الى ز ل ك لكن نسبة ح ح الى
ح ز لتساوي نسبة م ك الذي هو المساوي
من ز ك الى ك ل يكون اعظم نسبة ز ك
الى ك ل اعني من نسبة ح ح الى ح ز **قال** لنا ان نرسم في
قطاع دائرة وعليه شكلين متشابهين كثيري الاضلاع كل واحد منهما
متساوي الاضلاع يخرجان من مركز الدائرة ويكون نسبة
ضلع الشكل الذي على المحيط الى ضلع الشكل الذي فيه اصغر من نسبة اعظم
مقدارين مختلفين فرضنا الى اصغرهما فليكن المقداران ه و وا اعظمهما
وليكن القطاع قطاع ا ب ح من دائرة ا ب ح التي مركزها د وليكن نسبة
خط ح الى خط ط ك الاصغر من نسبة ه الى و كما
فرضنا نخرج من ك عمود ك ل على ا ك ونصل ا ك مساويا لخط ح و

نصف زاوية آ ونمر بعد اخرى الى ان يبقى زاوية آ م اصغر من
ضعف
زاوية ط ونصل آ م فهو ضلع الشكل الذي في القطاع ونصف
زاوية آ م بخط و ه ونخرجه
الى ز ومن ز خط ز ح ح ع
مماسا للدائرة وننتهيا الى
نقطتي ح ع ونخرج ضلع
الشكل الذي على القطاع الذي قبل ما تران نسبة ح ع الى آ م اصغر
من نسبة ه الى ز وذلك ما اردناه ∴ لنا ان نرسم في دائرة د
عليها شكلين كثيري الاضلاع متشابهين يكون نسبة المرسوم عليها
الى المرسوم فيها اصغر من نسبة اعظم مقدارين مختلفين فرضا
الى اصغرها فليكن الدائرة دائرة آ وليكن نسبة خط ح الاطول
الى خط ط الاقصر اصغر من نسبة مقداره الاعظم الى مقدار د
الاصغر كما مر في الشكل الثاني ونخرج بين خطي ح ز خط ح ت
لهما على الزوايا ليكون ح اعظم ايضا من ح ونرسم في الدائرة د
عليها شكلين كثيري الاضلاع متشابهين يكون نسبة ضلع
المرسوم عليها الى ضلع المرسوم فيها اصغر من نسبة ح الى ح
كما مر في الشكل الثالث فيكون نسبة الضلع الى الضلع مثناة

اعني نسبة الشكل الى الشكل
ايضا اصغر من نسبة ح الى ح
مثناة اعني من نسبة ح
الى ز التي هي اصغر من نسبة



ه الى ز فاذن نسبة الشكل الى الشكل اصغر من نسبة ه الى ز
كثيرا وذلك ما اردناه ولنا ايضا ان نرسم في قطاع دائرة وعليه
شكلين كثيري الزوايا متشابهين يكون نسبة الذي عليه الى
الذي اصغر من نسبة اعظم مقدارين مختلفين فرضا الى اصغرهما
والعمل والبيان ظاهر مما مر وقد يمكن لنا على ما تبين في كتاب
الاسطقسات ان نرسم في اي دائرة او قطاع كان شكلا كثير الزوايا
متساوي الاضلاع وفي القطع الباقية شكلا اخر كذلك و
هكذا مرة بعد اخرى الى ان يبقى من الدائرة او القطاع قطع هي
اصغر من اي سطح فرض ∴ اذا فرضت دائرة وسطح او قطاع
وكل سطح فلنا ان نرسم على الدائرة او القطاع شكلا كثير الزوايا
يكون القطع الفاضل على الدائرة او القطاع من ذلك الشكل اصغر من
السطح المفروض ولنبين في الدائرة فان ذلك يغني عن البيان في
القطاع فلنفرض دائرة او سطح ب وليكونا معا اعظم مقدارين الدائرة

كنزي الزوايا

وحدها اصغرها ونرسم عليها وفيها شكلين متشابهين كيف كان
يكون نسبة الذي عليها الى الذي فيها اصغر من نسبة السطح
والدايرة معا الى الدايرة وحدها كما تبين في الشكل المتقدم فلان
الدايرة اعظم من الشكل الذي فيها يكون نسبة الشكل الذي على
الدايرة الى الدايرة اصغر من نسبته الى الشكل الذي فيها وكانت
نسبة الى الشكل الذي على الدايرة الى الشكل الذي فيها اصغر من
نسبة السطح والدايرة معا الى الدايرة وحدها فنسبة الشكل
الذي على الدايرة الى الدايرة اصغر كثيرا من نسبة السطح والدايرة
معا الى الدايرة فاذن الشكل الذي على الدايرة اصغر من السطح و
الدايرة معا وبقي بعد اسقاط المشترك اعني الدايرة القطع التي
يفضل من الشكل عليها اصغر من السطح المفروض وذلك ما اردنا
وان اردنا فصلنا لبقي نسبة القطع المذكورة الى الدايرة
اصغر من نسبة السطح اليها وتبين المطلوب نص القطاع
عليه ان اردنا في مخروط قايم ناري متساوي اضلاع
القاعدة كان السطح المحيط بالناري حتى قاعدته مساويا لمثلث
يساوي قاعدته محيط قاعدة الناري وارتفاعه العمود الواقع
من راس المخروط على احد اضلاع قاعدة الناري ليكن المخروط هو

الذي قاعدته دايرة د ح و الناري المرسوم فيه هو الذي قاعدته مثلث
ا ب ج المتساوي الاضلاع فلان المثلثات
المحيطة بالناري متساوية الساقين وقواعدها
التي هي اضلاع ا ب ب ج ج ا متساوية يكون
الاعمدة متساوية والمثلث الذي يساوي قاعدته مجموع القواعد
وارتفاعه ارتفاع احدها مساويا لها جميعا وعلى جهة
اخرى نعيد الشكل ونجعل ه راس المخروط فيكون ه ا ه ب ه ج الا
المتساوية و ه ك ه ل ه م الاعمدة المتساوية ونعمل مثلث ه د ح
على ان يكون قاعدة ه د منه مساويا لجميع ا ب ب ج ج ا وعمود
ح ط مساويا ولاحد تلك
الاعمدة فيكون سطح العمود
في ا ب وفي ب ج وفي ج ا
فرادى اعني ضعف مثلثات
ه ا ب ه ب ج ه ج ا
مساويا لسطح العمود في ا ب ب ج ج ا مجموعا بل في ه د اعني ضعف
مثلث ه ح د فاذن المثلثات المذكورة مساوية لمثلث ه ح د
وذلك ما اردناه اقول وجعل ثابت هذا الشكل الخروطي

ح

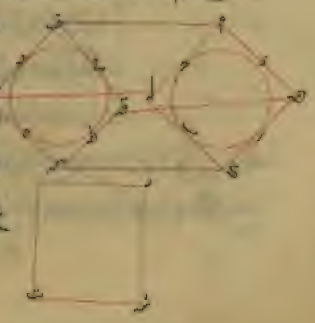
ضلاع م

١٣٩

تسخ اسحق هو الذي تقدم شكل واحد ٥٦ اذا اريم على
مخروط قايم ثاري قاعدته مثلث كان السطح المحيط بالثاري
قاعدته مساويا لمثلث قاعدته مساوية لمحيط المثلث الذي
هو القاعدة وارتفاعه مساو لضلع المخروط وليكن المخروط هو
الذي قاعدته دايرة ابجه والثاري هو الذي قاعدته مثلث
ه ز ز وراسه ح ومركز دايرة القاعدة ط ويخرج منه خطوط
ط ا ط ب ط ج الى نقط المماس فيكون اعمدة على اضلاع المثلث
ونصل ح ا ح ب ح ج فيكون ايضا اعمدة عليها كما سيجي ومثلثات
لكون المخروط متساوي الاسوق وهي ارتفاع مثلثات ح ز
ح ه ح ز فاذن المثلثات يساوي مثلثا يكون قاعدته
مساوية لمحيط مثلث ه ز ز وارتفاعه لاحد
خطوط ح ا ح ب ح ج اعني ضلع المخروط
وذلك ما اردناه اقول انما كانت
خطوط ح ا ح ب ح ج اعمدة على اضلاع
مثلث ه ز ز لان محور ح ط عمود على سطح
القاعدة وسطح مثلث ح ط ا قايم على
سطح القاعدة على زوايا قايمة وط اضلاعهما المشترك وه ا

عمود واقع في احد السطحين اعني في سطح القاعدة وقايم على ضلعها
المشترك فيكون لا محالة عمودا على السطح الاخر اعني على سطح مثلث
ح ط ا وكان خط ح ا في ذلك السطح ملاقيا للعمود فه اعمود عليه
فاذن ح ا عمود على ضلع ز ه وكذلك البيان في كون ح ب ح
ج عمودين على الضلعين الباقيين واعلم ان قاعدة الثاري المحيط
بالدايرة اذا كانت سطحا مستقيم الاضلاع غير المثلث كان الحكم ايضا
كذلك ونحتاج الى ذلك فيما يجي ولا يحتاج في هذا الشكل
الى شرط تساوي اضلاع القاعدة بخلاف الشكل المتقدم ٥٧
٥٧ اذا اريم في اسطوانة قايمة منشور قاعدتاه متساويا الا
كان السطح المحيط
بالمنشور سوى قاعدتيه
مساويا لسطح
متوازي الاضلاع قايم الزوايا يكون
قاعدته مساوية لمحيط احد
قاعدتي المنشور وارتفاعه مساويا
لضلع الاسطوانة فليكن الاسطوانة المستديرة هي التي قاعدتاها
دايرتا ا ب ج ه ز ح ط ي وهما متساويا الاضلاع وليكن سطح

م س متوازي الاضلاع قايم الزوايا م ه منه مساو لـ ب د
س المحيط سطح ه ح ط جميعا فلان ب د في ه د هي في ح ح
ح ط د في ط ه هي سطوح ب د ه ح ح ط ط د ب د مساو لم ه
وجميع ه د ح ح ط ط د مساو لمنشور الاسطوانة جميعا مساو لـ
سطح م س وذلك ما اردناه ٥٥ اذا رسم على اسطوانة قايمة منشور
قاعدتاه متساويتا الاضلاع كان السطح المحيط بالمنشور سوى
قاعدتيه مساويا لسطح متوازي الاضلاع قايم الزوايا يكون
قاعدته مساوية لمحيط احدى قاعدتي المنشور وارتفاعه مساويا
لضلع الاسطوانة فليكن الاسطوانة هي التي قاعدتاها ا ب ج د
ه ح ط والمنشور المحيط به هو الذي قاعدتاه سطحا ك ل م
ه س ع ف ز وهما متساويا الاضلاع وليكن سطح د ب متوازي
الاضلاع قايم الزوايا ونخرج منه مساو لـ ع ل ونثبت مساو
لمحيط ل م جميعا فلان
ع ل في ك ل وفي
ل م وفي م ه وفي
ه ك هي سطوح ك
ع ل ف ه ف ك ف



ه ز

ه ز مساو لع ل ونثبت مساو لخطوط ك ل ل م م ه ه ك
جميعا فسطح ب د مساو للسطوح المذكورة جميعا وذلك ما
اردناه ٥٦ اذا كان مخروط قايم واخرج في دايرة قاعدته
وترو وصل بين طرفيه وبين راس المخروط بخطين مستقيمين
تحدث مثلث منهما ومن الوتر فان سطح ذلك المثلث يكون
اصغر من السطح المستدير الذي يقع بين الخطين من المخروط
فليكن مخروط قاعدته دايرة ا ب ج وراسه د ونصل فيهما
وتر ا ج كيف كان وخطي ا د ج د ونقول ان مثلث ا د ج
اصغر من السطح المستدير الذي وقع بين ا د ج د من المخروط
ولنصف قوس ا ب ج على ب ونصل ا ب ج ب د فيكون مثلثا
ا ب د ج ب د اعظم من مثلث ا ج د كما بينا فيه وليكن سطح
ط مساويا لزيادة مثلثي ا ب د ج ب د على مثلث ا ج د وسطح
ظ يكون اما اصغر من قطعتي ا ب د ج من الدايرة واما ليس
باصغر منهما فليكن اولا ليس باصغر منهما ولان الحيز المولف
من السطح المستدير الواقع بين ا د ب د من المخروط ومن قطعه
ا ب من الدايرة اعظم من سطح مثلث ا ب د المار باطرافه و
كذلك الحيز المولف من السطح المستدير الواقع بين ب د ج د

ح وقطعة ب ح اعظم من مثلث ب د ح فجميع السطح المستدير الواقع
بين ا د و د ح مع قطعتي ا ب ب ح فالسطح المستدير الواقع بين ا د و د ح
مع سطح ط اعظم من مثلثي ا د ب ب د ح اعني من مثلث ا د ح مع سطح
ط ولتلق سطح ط المشترك بقي السطح المستدير الواقع بين ا د و د ح
من المخروط اعظم من مثلث ا د ح ثم ليكن سطح ط اصغر من قطعتي ا ب
ب ح ونصف قوسي ا ب ب ح ونصل الاوتار فنفصل من كل قطعة
اكثر من نصفها وننصف الانصاف ونصل اوتارها مرة بعد اخرى
الى ان يبقى قطع اقل من سطح ط وليكن تلك القطع قطع ا ه ب ب د
د ح ونخرج خطوط د ه د ز فالسطح المستدير الذي بين ا د و د ه مع قطعة
ا ه اعظم من مثلث ا د ه والذي بين ه د و د ب مع قطعة ب ه اعظم
من مثلث ه د ب فالمستدير الذي بين ا د و د
ب مع قطعتي ا ه ب ا اعظم من مثلثي ا د
ه ه د ب اللذين هما اعظم من مثلث
ا د ب كما مر ومثل ذلك نبين ان المستدير
الذي بين ب د و د ح مع قطعتي ب د ح
اعظم من مثلث ب د ح فجميع السطح
المستدير الذي بين ا د و د ح مع جميع القطع المذكورة بل مع سطح ط

اعظم من جميع مثلثي ا د ب ب د ح وكان سطح ط اصغر من قطعتي ا ب ب ح

الذي

الذي هو اعظم منها اعظم من مثلثي ا ب د ب د ح اعني من مثلث ا د ح
مع سطح ط وبقي بعد اسقاط سطح ط المشترك جميع المستدير الذي
بين ا د و د ح اعظم من مثلث ا د ح وذلك ما اردناه **اقول** اما
قوله فيكون مثلثا ا ب د ب د ح اعظم من مثلث ا د ح فذلك لان العمود
الذي يقع من مركز الدائرة على ا ب الاقصر يكون اطول من العمود الذي
يقع منه على ا د الاطول وارتفاع مثلث ب ا د اعني العمود الواقع
من ب على ا د الذي يقوى على العمود الذي الاطول على المحور اطول
من ارتفاع مثلث ب ا د اعني العمود الواقع من ب على ا د الذي يقوى
على العمود الثاني الاقصر على المحور وارتفاع مثلثي ب د ح ا ب متساويان
لتساوي اضلاعهما النظائر ولتم جميع ا ب د ح اطول من ا د فاذن
السطح الحاصل من احد ارتفاعي مثلثي ب ا ب د ح في نصف قاعدتهما
اعني المثلثين جميعا اعظم كثيرا من السطح الحاصل من ارتفاع مثلث
ب ا د في نصف قاعدته اعني مثلث ب ا د ولهذا اشرت قائلا
شرح المصادرات عند ذكر المخروطات المضلعة بان سطح المحيط منها
يكون اعظم من سطح المحاط به لكون الاعمدة والقواعد في المحيط اطول
منها في المحاط به واما قوله ونصف قوسي ا ب ب ح ونصل الاوتار
فنفصل من كل قطعة اكثر من نصفها فذلك لانا اذا اخرجنا عمودي

من طرفي القوس المنصفة ووصل بينهما بخط يماس الدائرة على نقطة
القوس ويوازي الوتر متوازي اضلاع يكون المثلث الحادث من وتر
القوس ووتري نصفيها مساويا لنصفه ويقع القطعتان الحادثتان
في النصف الاخر مع فضلتين على القطعة الاولى فاذن المثلث الحادث
ينفصل من القطعة الاولى اعظم من نصفها وقد مر مثل ذلك في
كتاب الاسطقسات لاقليدس فيكون البيان هذا بعينه واعلم
ان هذه الاشكال التسعة اعني من الشكل السابع الى الخامس عشر
هي مما تقدم ذكرها مجملا في اثناء ما اوردته من شرح المصادرات
وذلك اني لما وجدت بعض المصادرات كالحكم بان كل سطح عميق
فهو اعظم من السطح المستوي المار بالطرفين من العميق الذي يقع في
داخله غير مبين بنفسه من القضايا المتفارقة ولا مما يوجد بيانه
في غير علم الهندسة اردت ان ابينها فاحتجت الى ان ابين اولا
ما يحتاج في بيانه اليه وكانت القضايا المثبتة في الاشكال الخمسة
الاول من جملة ذلك فاشرت الى بيانها مجملا واما الاربعة الاخيرة
فقد تبينت انهم مع المصادرات من غير بناء عليها وارشميدس لما
وضع تلك المصادرات على انها بينة مقبولة واحتاج فيما قصده
مما سيورده الى القضايا المثبتة في هذه الاشكال اوردها ههنا

واستعمل بعض تلك المصادرات في بيانها كما استعمل الحكم المذكور في
هذا الشكل فوقع فيما ذكرته تكرارا في المعنى ومخالفة للسياقة
التي اختارها ارشميدس على ما ذكرت هذا ووعدت بيانه فليعلم
ذلك للضرورة المذكورة ونعود الى الكتاب اذا كان مخروط
قائم واخرج في سطح دائرة قاعدته خطان مماسان لتلك الدائرة
وملاقيان على نقطة ووصل بين نقطة التماس والملاقي بين
راس المخروط بخطوط كان المثلثات اللذان يحيط بهما تلك الخطوط
مع الخطين المماسين للدائرة اعظم من السطح المستدير الواقع بين
المثلثين من المخروط وليكن المخروط هو الذي قاعدته دائرة ا ب ج د
راسه نقطة ه وليكن خطا ا د ج د في سطح دائرة ا ب ج مماسين لها
على نقطتي ا ج وملاقيين على نقطة د ونصل ا ه ج ه د ه ونقول ان
مثلثي ا د ه د ج ه اعظم من السطح المستدير الواقع بين ا ه ج من بسيط المخروط
ونصل ب د ا ج وليكن ح ط وهما مماسا الدائرة وموازيا لا ج فنقطتا التماس
وهي منتصف قوس ا ب ج كما سا ذكره ونصل ح ه د ه فخطا ح د د ط
الواصلان بين ح د ويجعل ا ج د ه مشتركا فيكون خطا ا د ه ج جميعا اعظم من
خطوط ا ح ح د د ط ط ه ا د د ه متساويين لانهما ضلعا المخروط
القائم وهي اخذه على الخطوط المماسة للدائرة كما مر في الشكل الرابع

اجد اضلاع المخروط في خطي اه ده اعني مثلثي اه ده ده اعظم من
في خطوط اح ح ده ده ح اعني مثلثات اح ح ه ده ده ح فلكن زيادة
مثلثي اه ده ده على مثلثات اح ح ه ده ده ح هي سطح ط
يكون اما اصغر من جميع القطعتين اللتين يحيط بهما خطوط اح
ح ده ده ح وقوس اه ح اعني الخارجين عن الدائرة واما ليس اصغر
منهما جميعا ولكن اولا ليس اصغر منهما جميعا فالعمق المحيط الذي

من مثلثات اه ح ح ه ده ده ح
مخروط اه ده اعظم من العمق المحاط
به الملتف من السطح المستدير الواقع بين
اه ده من المخروط ومن قطعة اه من
الدائرة لكونهما يحتويان الاضلاع التي
هي اضلاع مثلث اه ده وفي جانب واحد
من سطح ذلك المثلث ويلقى منهما قطعة اه المشتركة فيبقى مثلثات
اه ح ح ه ده ده ح مع قطعتي اح ه ح ده ده ح الخارجتين من
الدائرة اعظم من السطح المستدير الواقع بين اه ده ح فكان سطح ط
ليس اصغر من القطعتين المذكورتين فاذن مثلثات اح ح ه ده ده ح
مع سطح ط اعني مثلثي اه ده ده ح معا اعظم من السطح المستدير

الواقع

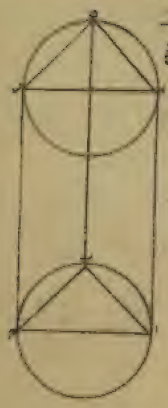
الواقع بين اه ه ح من المخروط ثم ليكن سطح ك اصغر من القطعتين الخارجتين
المذكورتين ونصف قوسي القطعتين على قطعتي ك ل ونخرج منهما
خطين مماسين للدائرة هما م ه س ع فينفصلان من القطعتين اعظم
من نصفهما ونصف اضلاع المثلثي ام ه س ع ونخرج الخطوط المماسة
بعد اخرى الى ان يبقى قطع خارجة من الدائرة يكون مجموعها اصغر من
سطح ط وليكن هي القطع الاربع التي يحيط بها خطا ام م ك مع قوس
اك وخطا ك ه ه ب مع قوس ك ب وخطا ب س س ل مع قوس
ب ل وخطا ل ع ع ح مع قوس ل ح ونصل نقط الزوايا بنقطة ه
فمثلثات اح ح ه ده ده ح المثلثة اعظم من مثلثات ام م ه
ه ك ك ه س ه ه ع ع ح الخمسة بمثل ما تبين كون قواعد هذه تلك اطول من قواعدها
وارتفاعات الجميع التي هي اضلاع المخروط متساوية فالعمق المحيط
الملتف من سطح ح ام م ك س ع ومن المثلثات الخمسة المذكورة
اعظم من العمق المحاط به الملتف من السطح المستدير الواقع بين اه
ه ح من المخروط ومن قطعة اح من الدائرة لاحتواء اطرافهما التي
هي مثلث اه ح ووقوعهما في جانب واحد من سطح ذلك المثلث
واذا القينا قطعة اح المشتركة فيبقى المثلثات الخمسة مع القطع
الاربع المذكورتين جميعا اعظم من السطح المستدير الواقع بين اه

جنبتين

١٥١

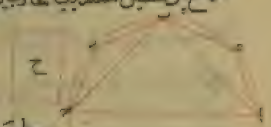
ه ح من المخروط لكن مثلثات ا ه ح ح ه ه ه ح اعظم من المثلثات
الخمسة المذكورة وسطح ط اعظم من القطع الاربع المذكورة
فمثلثات ا ه ح ح ه ه ح مع سطح ط اعني مثلثي ا ه ه ه ح معا
اعظم كثيرا من السطح المستدير الواقع بين ا ه ه ح من المخروط وذلك ما
اردناه **اقول** انما يفصل خط م ح من قطعة ا ح ب ك الخارجة
مثلثا اعظم من نصفها لانا اذا اخرجنا من مركز الدائرة وليكن
ن الى ح خط ن ح ووصلنا ا ك كان في مثلث ح ك م القائم
الزاوية ح م وتر القائمة اطول من م ك المساوي لم ا فاذن
مثلث ح ك م اطول من قاعدة
مثلث م ك ا وهما متساويا الارتفاع
فمثلث ح ك م اعظم من مثلث م ن ك
اذ اعظم كثيرا من قطعة ا م ك الخارجة
من الدائرة ومثل ذلك يبين في البواقي وبوجه
اخر ان كان سطح ط اصغر من القطعتين الخارجتين عملنا بمثل ما تقدم
في الشكل السادس على نقاط ه ه الشكلا كثيرة الزوايا يكون القطع الفاضلة
عليه من الشكل اصغر من سطح ط وتمام البيان بمثل ما مر اذا الفرج
في سطح اسطوانة قائمة خطان ينتهيان الى قاعدتيها كان السطح

المستدير



المستدير الواقع بينهما اعظم من السطح المتوازي الاضلاع الذي يحيط
بذلك الخطان مع الخطين الواصلين باطرافهما فليكن الاسطوانة
هي التي احدى قاعدتيها دائرة ا ب ح ونخرج في سطحها خطان احد
طرفيها نقطتا ا ح وطرفاهما الاخران نقطتان يقابلانهما على
دائرة القاعدة الاخرى فنقول ان الواقع بينهما من السطح المستدير
الاسطوانة اعظم من على دائرة القاعدة الاخرى فنقول ان الواقع بينهما
السطح المتوازي الاضلاع الذي يحيط به الخطان المستديران من ا ح
وخط ا ح وخط اخر يقابله ويوازيه في دائرة القاعدة الاخرى
فنصف قوس ا ح على ب ونصل ونرى ا ب ح ب ونرسم على الاسطوانة
خطا يبتدئ من ب وينتهي الى مقابلتها موازيا للخطين الاولين
فينصف القوس المقابلة لقوس ا ح ايضا ويحدث سطحان متوازيا
على ا ب ب ح ارتفاعهما ارتفاع الاسطوانة ويكونان معا اعظم
من السطح الذي على ا ح وارتفاعه ايضا ذلك الارتفاع لكون
ا ب ب ح معا اطول من ا ح وليكن سطح ح مساويا لزيادة سطحي ا ب
ب ح على سطح ا ح ونصف سطح ح يكون اما اصغر من قطعتي ا ب
ب ح معا واما ليس باصغر منهما وليكن اولا ليس باصغر منهما
فالمحيط المؤلف من السطح المستدير الاسطواني الواقع بين الخطين

اللذين يبتديان من ب ومن قطعة اهب ومن القطعة المقابلة
لها على القاعدة الاخرى اعظم من السطح المتوازي الاضلاع الذي
على خط اب المحدد اطرافه باطراف العمق وابعد العمق المؤلف من
السطح المستدير الاسطواني الواقع بين الخطين المبتدئين من ب ح
ومن قطعتي ب ر ح والمقابلة لها اعظم من المتوازي الاضلاع
الذي على خط ه ح فمجموع ما يقع بين الخطين المبتدئين من ا ح
من السطح المستدير الاسطواني مع قطعتي ا ه ب ر ح ومقابلتيهما
الاربع اعظم من السطحين المتوازي الاضلاع الذين على خطي ا ب ه ح
بل من السطح المتوازي الاضلاع الذي على ا ح مع سطح ح وسطح خ
ليس باصغر من القطع الاربع المذكورة فبقي السطح المستدير الاسطواني
الواقع بين الخطين المستديرين المارجين من نقطتي ا ح اعظم من السطح



المتوازي الاضلاع
الذي على ا ح ثم ليكن نصف
سطح ح اصغر من قطعتي ا ه ب ر
ح فنصف قطعتي ا ر ه ب فنصل
الاوتار الى ان يبقى قطع من الدائرة اصغر من نصف سطح ح وليكن
هي قطع ا ه ب ر ح ولنخرج على اوتارها سطوح متوازية الاضلاع

ارتفاعاتها

ارتفاعاتها ارتفاع الاسطوانة فيتبين بمثل ما قلنا ان مجموع السطح
المستدير الواقع بين الخطين المبتدئين من نقطتي ا ب مع قطعتي ا ه
ب ر والقطعتين المقابلتين لهما اعظم من المتوازي الاضلاع
الذي على ا ب ومجموع السطح المستدير الواقع بين الخطين المبتدئين من
نقطتي ب ح مع قطعتي ب ر ر ح ومقابلتيهما اعظم من المتوازي
الاضلاع الذي على ب ح فالسطح المستدير الواقع بين الخطين المبتدئين
من ا ح مع قطع ا ه ه ب ب ر ر ح والقطع المقابلة لها جميعا اعظم
من المتوازي الاضلاع الذي على ا ب ه ح بل من المتوازي الاضلاع
الذي على ا ح مع سطح ح وسطح ح اعظم من القطع المذكورة فبقي
السطح المستدير الاسطواني المذكور اعظم من المتوازي الاضلاع المذكور
وذلك ما اردناه اذا اخرج في سطح اسطوانة قائمة خطان
ينتهيان الى قاعدتيها واخرج من اطرافهما في سطحي دائرتي القاعدتين
خطوط مماسة لهما متلاقية كان السطحان المتوازيا الاضلاع
اللذان يحيط بهما الخطوط المماسة للدائرة والخطان اللذان
في سطح الاسطوانة اعظم من السطح المستدير الاسطواني الواقع بين
السطحين فليكن الاسطوانة هي التي قاعدتها دائرة ا ب ح ونخرج
في سطح الاسطوانة خطان مبتديان من ا ح منتهيان الى نظيرتيهما من

القاعدة الاخرى وفي سطح الدائرة خطا اح حج المماسان لها على نقطتي
اه المتلاقيان على ح وفي سطح الدائرة المقابلة لهما نظيرتها خطا
يرادي اللذين على سطح الاسطوانة ثم نقول ان المتوازيي الاضلاع
اللذين يحيط بهما الخطوط المستديرة من نقط اح وخطا اح حج و
نظيراهما اعظم من السطح المستدير الذي على قوس اه ولنخرج ود
مماسا للدائرة على ك ومن نقطتي د ح خطان موازيان للمحور منتهيان
الى القاعدة الاخرى فالمحيطان المتوازيا الاضلاع اللذان على اح حج
اعظم من السطوح المتوازية الاضلاع التي على اه ه د ر ح لكون اح
ح ح اطول من جميع اه ه د ر ح ولكن سطح ك مساو لزيادة ذينك
السطحين على هذه السطوح ونصفه يكون اما اعظم من نقطتي اه م
ت ر ط المقاربتين من الدائرة واما ليس اعظم منهما وليكن الا
اعظم منهما فالعبق المحيط المؤلف من المتوازية الاضلاع التي
على خطوط اه ه د ر ح ومن نحرف اه د ر ه والمنحرف المقابل له
اعظم من العبق المحاط به المؤلف من السطح المستدير الذي على قوس
اب ح ه من الدائرة ومن القطعة المقابلة لها لكونهما نصفة الاطراف
التي هي لمتوازي الاضلاع الذي على اح وفي جانب
واحد منهما واذا التقى منهما نقطتا اد ت ومقابلتهما ساقطتي مجموع

ونقطتا اه م

منه

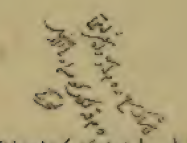
السطوح

السطوح الثلثة التي على اه د ر ح والقطع الاربع التي هي نقطتا اه د
م ت د ر ح ط واللتان تقابلانهما اعظم من السطح المستدير الذي على
قوس اه والسطوح الثلثة والقطع الاربع جميعا اصغر من السطوح
اللذين على اح حج لانهما اعظم من السطوح الثلثة مثل سطح ك الذي
هو اعظم من القطع الاربع فاذن السطحان اللذان على اح حج اعظم
من السطح المستدير الذي على قوس اه لكن نصف سطح ك ليس
باعظم من نقطتي اه م ت د ر ح ط ويخرج خطوط مماسة للدائرة مرة
بعد اخرى الى ان يصير القطع الخارجة من الدائرة اصغر من نصف سطح
ك وبين من ذلك الحكم بمثل ما تقدم وهاهنا استبان انه اذا

عمل في مخروط قائم او عليه قائمة
او عمل في اسطوانة قائمة او عليها
مخروط كان جميع السطوح المحيطة بالمجسم
المحيط سوى القاعدة او القاعدتين
اعظم من جميع السطوح المحيطة بالمجسم
المحاط به سوى القاعدة او القاعدتين
كل اسطوانة قائمة فان السطح المحيط بها سوى قاعدتيها مساو للدائرة
التي نصف قطرها مناسب لخط الاسطوانة وقطر قاعدتيها فيما

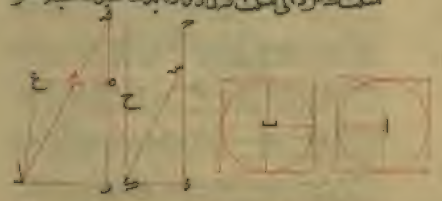
بينها فليكن دائرة آ قاعدة الاسطوانة وليكن خط ح د مساويا لقطر
دائرة آ وخط ه د مساويا لضلع الاسطوانة وخط ح ط اقصر من خطي
ح د ه د على نسبة وليكن نصف قطر دائرة ب مساويا لخط ح ط وتعمل
دائرة ت مساوية لسطح المحيط بالاسطوانة سوى قاعدتيها فان لم
يكن كذلك فهي اما اعظم واما اصغر منه وليكن اولا اصغر منه
فيكون سطح الاسطوانة ودائرة ت مقدارين غير متساويين اعظمهما
السطح ويعمل في دائرة ت وعليها شكلين متشابهي الاضلاع يكون
نسبة الذي عليها الى الذي فيها اصغر من نسبة سطح الاسطوانة
الى دائرة ت كما مر في الشكل الخامس ويعمل على دائرة آ شكلا شبيها بالذي
على دائرة ت وساوكه طريقه ونعمل على الشكل المعمول على دائرة آ منشورا
يحيط بالاسطوانة وليكن كل واحد من خطي ك د ر ك مساويا لمحيط
الشكل الذي على دائرة آ ولينقسم ح د على س ونصل س ك فمثلث
ك د س مساو للشكل الذي على دائرة آ لان قاعدته مساوية لمحيط
ذلك الشكل وارتفاعه مساو لنصف قطر دائرة آ وتتم سطح ه د ح
المتوازي الاضلاع فهو مساو لسطح المنشور الذي على الاسطوانة
لان المحيط بسطح الاسطوانة وخط ساو لمحيط قاعدة المنشور
وقد تبين ذلك في الشكل الحادي عشر فح ه د مساو بالمر

وضع



ونصل د ر فمثلث د ر ل مساو لسطح ه د ح بل لسطح المنشور ونسبة
الشكل الذي على دائرة آ الى الشكل الذي على دائرة ب كنسبة نصف
قطر دائرة آ وهو خط س د الى نصف قطر دائرة ت وهو خط ح ط
القوة لما سذكره ونسبة س د الى ح ط في القوة كنسبة س د الى ق د
في الفعل لان نسبة نصف س د الى ح ط كنسبة ح ط الى نصف ق د ونسبة س د
الى ق د كنسبة مثلث ك س د الى مثلث ك ق د لان ارتفاعي ك ح
ك ل متساويان فنسبة الشكل الذي على دائرة آ اعني مثلث ك س د
الى الشكل الذي على دائرة ت كنسبة مثلث ك س د الى مثلث ك
ق د فمثلث ك ق د اعني سطح المنشور مساو للشكل الذي على دائرة ت
ولان نسبة الشكل الذي على دائرة ت الى الشكل الذي فيها اصغر من نسبة
سطح الاسطوانة الى دائرة ت يكون نسبة سطح المنشور ايضا الى الشكل
الذي في دائرة ت اصغر من نسبة سطح الاسطوانة الى دائرة ب
وذلك محال لان سطح المنشور اعظم من سطح الاسطوانة فيلزم ان يكون
الشكل الذي في دائرة ت اعظم منها ثم ليكن دائرة ب اعظم
من سطح الاسطوانة ويعمل على دائرة ت وفيها شكلين متشابهين
يكون نسبة الذي عليها الى الذي فيها اصغر من نسبة دائرة ب
الى سطح الاسطوانة ويعمل في دائرة آ شكلا شبيها بالذي في دائرة

ت ويعمل على الذي في دايرة آ مثلثا محيط الاسطوانة بر ولكن
كل واحد من كد رك مساويا لمحيط الشكل الذي في دايرة ا
فمثلث كسر اعظم من الشكل الذي في دايرة آ لان قاعدته
مساوية لمحيط الشكل وارتفاعه الذي هو نصف قطر الدايرة
اعظم من العمود الواقع من المركز على احد اضلاع الشكل وسطح ت
ح مساو لسطح المثلث الذي في الاسطوانة لان الجميع يحيط
الاسطوانة ومحيط قاعدة المثلث وقد مر بيان ذلك في الشكل
العاشر فمثلث ق ك ر مساو لسطح المثلث ونسبة الشكل الذي
في دايرة آ الى الذي في دايرة ب كنسبة نصف قطر دايرة ا الى نصف
قطر دايرة ت في القوة بل كنسبة مثلث كسر الى مثلث ق ك ر
فنسبة الشكل الذي في دايرة آ الى الشكل الذي في دايرة ب كنسبة
مثلث كسر الى مثلث ق ك ر واذا بدلنا صارت نسبة الشكل



الذي في دايرة آ الى مثلث كسر كنسبة الشكل الذي في دايرة

ت الى مثلث ق ك ر والشكل الذي في دايرة آ اصغر من مثلث كسر
فالشكل الذي في دايرة ت ايضا اصغر من مثلث ق ك ر
اعني من سطح المنشور الذي هو اصغر من سطح الاسطوانة لما مر في
اخر الشكل الخامس عشر فهو اصغر من سطح الاسطوانة وهذا محال
لان نسبة الشكل الذي على دايرة ت الى سطح الاسطوانة والشكل
الذي على دايرة ت اعظم من دايرة ت فالشكل الذي في دايرة ت يجب
ان يكون اعظم من سطح الاسطوانة واذا لم يكن دايرة ت باعظم من
سطح الاسطوانة ولا اصغر منه فهي اذن مساوية له وذلك ما اردناه
او ك اما طريق ان يعمل على دايرة اشكالا شبيها بالذي على بانين
في كتاب الاسطقسات ثم نعمل على دايرة اشكالا شبيها بالذي فيه
فيكون ايضا شبيها بالذي على دايرة ت واما بيان ان نسبة الشكل
الذي على دايرة آ الى الشكل الذي على دايرة ب هي كنسبة نصف
قطر دايرة آ الى نصف قطر دايرة ت بالقوة فهكذا ليكن ا ب مركزي
الدايرتين وا ب ج نصفي قطريهما وج د ه ز نصفي ضلعين متناظرين
من الشكلين اللذين عليهما ونصل
ا د ب ز فالمثلثان متشابهان لان
زاويتي ب ز د نصفا زاويتين متساويتين

الى الذي فيها كما ص صغر من نسبة دايرة ت هـ م

على دايرة ت فهو ان نعمل في دايرة آ اشكالا شبيها بالذي فيه دايرة ت

وذا بقي ح ه قائمين ونسبة ح ز الى ه ز بل نسبة الضلع الى
الضلع كنسبة ا ه الى ه ب نصف القطر الى نصف القطر فنسبة
الشكل الى الشكل التي هي كنسبة الضلع الى الضلع مثناة كنسبة
مربع نصف القطر الى مربع نصف القطر. كل مخروط قائم
فان سطح المحيط به سوى قاعدته مساو للدائرة التي نصف قطرها
مناسب لضلع ذلك المخروط ولنصف قطر قاعدته فيما بينهما فليكن
قاعدة المخروط دائرة ا ونصف قطرها خط ح ومثلع المخروط خط
ز وخط ه مناسبا لخطي ح ز فيما بينهما وهو نصف قطر دائرة ب
فنقول ان دائرة ب مساوية لسطح المستدير المحيط بالمخروط فان
لم يكن كذلك فهي اما اصغر منه واما اعظم وليكن اولا اصغر فيكونا
مقدارين مختلفين اعظمهما سطح المخروط ونعمل على دائرة ب فيها
شكلين متشابهين كثيري الاضلاع متساوي الاضلاع يكون نسبة
الذي عليها الى الذي فيها اصغر من نسبة سطح المخروط الى دائرة
ب كما مر في الشكل الخامس ونعمل على دائرة ا شكلا شبيها بالذي
على دائرة ب وعليه ناتئا يحيط بالمخروط المستدير فنسبة الشكل
الذي على دائرة ا الى الشكل الذي على دائرة ب كنسبة نصف قطر
دائرة ا الذي هو ح الى نصف قطر دائرة ب الذي هو ه في القوة اعني

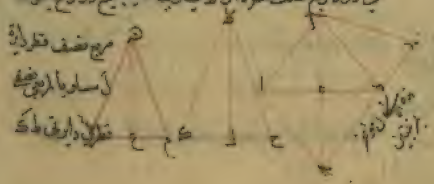
كنسبة ح الى ز في الطول ونسبة ح الى ز كنسبة الشكل الذي
على دائرة ا الى السطح المحيط بالثاني سوى قاعدته وذلك لان ح
الذي هو نصف قطر دائرة ا في محيط الشكل الذي في محيط الشكل
الذي على دائرة ا هو الشكل الذي على دائرة ا و ز الذي هو ضلع
المخروط فيه يبينه هو السطح الثاني لما بين في الشكل التاسع
فنسبة الشكل الذي على دائرة ا الى الذي على دائرة ب والى سطح الثاني
واحدة فالشكل الذي على دائرة ب مساو لسطح الثاني ولان نسبة
الشكل الذي على دائرة ب اعني سطح الثاني الى الذي فيها اصغر
من نسبة سطح المخروط الى دائرة ب وكان سطح الثاني اعظم
من سطح المخروط كما مر في آخر الشكل الخامس عشر لزم ان يكون الشكل
الذي في دائرة ب اعظم من دائرة ب هذا خلف فليكن دائرة ب
اعظم من سطح المخروط ونعمل على دائرة ب فيها شكلين متشابهين
كما ذكرنا يكون نسبة الذي عليها الى الذي فيها اصغر من نسبة الدائرة
الى سطح المخروط ونرسم في دائرة ا شكلا شبيها بالذي في دائرة ب
ونقيم على الذي في دائرة شكلا ناتئا يحيط به المخروط ويكون نسبة
الشكل الذي في دائرة ا الى الذي في دائرة ب كنسبة ح الى ه في
القوة بل كنسبة ح الى ز في الطول ونسبة ح اعني نصف قطر دائرة

آ الى ا اعني ضلع المخروط اعظم لما ذكره من نسبة الشكل الذي في
دائرة آ الى سطح الثاري التي هي كنسبة العمود الواقع من مركز دائرة
آ على ضلع الشكل الذي فيها الى العمود الواقع من راس المخروط عليه
ايضا فان العمود الذي من مركز الدائرة في تحقيق الشكل الذي في
دائرة آ هو الشكل الذي في دائرة آ والعمود الذي من راس المخروط
ايضا بعينه هو سطح الثاري على ما مر في الشكل السابع والثامن فنسبة
الشكل الذي في دائرة آ الى الذي في دائرة ب اعظم من نسبة الى سطح
الثاري اعظم من الشكل الذي في دائرة ب ونسبة الشكل
الذي على دائرة ب الى سطح الثاري اصغر من نسبته الى الشكل الذي في
دائرة ب وكانت نسبة الشكل الذي على دائرة ب الى الذي فيها اصغر
من نسبة دائرة ب الى سطح المخروط فنسبة الشكل الذي على دائرة ب
الى سطح الثاري اصغر كثيرا من نسبة دائرة ب الى سطح المخروط والشكل
الذي على دائرة ب اعظم من دائرة ب فسطح الثاري يلزم ان يكون اعظم
من سطح سطح المخروط هذا
خلف لما مر في اخر الشكل الثاني
عشر واذا لم يكن دائرة ب
باصغر من سطح المخروط ولا باعظم منه فهي اذا مثله وذلك ما اردناه

الشكل

اقول ليكن بيان ان نسبة نصف قطر دائرة آ الى ضلع المخروط اعظم
من نسبة العمود الواقع من مركز دائرة آ على ضلع الشكل الذي فيها
الى العمود الواقع من راس المخروط عليه ايضا ومركز دائرة آ وح راس المخروط
ونصف قطر دائرة آ اعني خط ح ج وح ط ضلع المخروط اعني خط ا
وك العمود الواقع من المركز على ضلع الشكل
الذي في الدائرة وح ك العمود الواقع عليه
راس المخروط والدعوى ان نسبة ط ح الى ح ط اعظم
من نسبة ك ح الى ح ك فنخرج ك ل موازيا لط ح
فيكون اقصر لا محالة من ح ك ويكون نسبة ك ح الى ح ك اعني ك ط
الى ح ط بل نسبة ح الى ا اعظم من نسبة ك ح الى ح ك اعني العمود الخارج
من المركز الى العمود الخارج من راس المخروط نسبة سطح المخروط
الى قاعدته كنسبة ضلعه فنقول نسبة سطح المخروط الى دائرة آ كنسبة
ح الى ب وليكن ح مناسبا لمثلي ح فيما بينهما وهو نصف قطر دائرة د
فدائرة د مساوية لسطح المخروط كما مر في الشكل المتقدم ونسبة دائرة د الى
دائرة آ كنسبة مربع ح الى مربع
ب بل كنسبة ح الى ب وذلك
ما اردناه اذا كان مخروط قائم وقطعه سطح موازٍ لقاعدته فسطح

المستدير الواقع من محيط بينهما بساوي دائرة يكون نصف قطرها مناسبا
لضلع المضلعة من المخروط الواقع بينهما والخط الساري لنصفي قطري
الدائرتين معا فيما بينهما فلكن المخروط هو الذي على سهمه مثلث ا ب ج
وسهمه د ح وليقطعه سطح موازٍ لقاعدته يقطع المثلث على د ه
ويرسم دائرة يكون نصف قطرها مناسبا لخط ا د والخط الساري لمجموع
د ا ح فيما بينهما وهي دائرة ط فنقول انها مساوية لما بين د ه ا ح
من السطح المستدير المخروطي ويرسم دائرة يقوى نصف قطرها على
سطح ب ه ح في د ح وهي دائرة ك والخرى يقوى نصف قطرها
على سطح ب ا ح في ا ح وهي دائرة ل فدائرة ل بساوي سطح مخروط ا ح
د ودائرة ك بساوي سطح مخروط د ح ه لما مر في الشكل العاشر
وسطح ب ا ح بساوي سطحي ب ه ح في د ح و ا ح في ح ح
لان د ح و ا ح ح ح بساوي ذلك فلان مربع نصف قطر دائرة
ل بساوي سطح ب ا ح في ا ح ومربع نصف قطر دائرة ك بساوي سطح ب ه
ح في د ح ومربع نصف قطر دائرة ط بساوي ا ح في جميع د ح و ا ح يكون



وحسب الدوائر نسب مربعات اقطارها فدائرة ل بساوي دائرتي ط ك
لكن دائرة ل بساوي سطح مخروط ا ح ودائرة ك بساوي سطح مخروط
د ح ه بقي ما بين السطحين المتوازيين اللذين على ه ا ح من بسيط المخروط
مساويا لدائرة ط وذلك ما اردناه اقول لكن د ح موازيا لا ح فيقتضي
ان يكون سطح ب ا في ا ح مساويا لسطحي ب ه في د ح و ا ح في مجموع د ح
و ا ح لان ذلك يقتضي ان يكون نسبة ب ه الى د ح كنسبة ب ا الى ا ح
فب ه في ا ح بساوي ب ا في د ح اعني ب ه في د ح و ا ح في د ح ويجعل ا ح
في ا ح مشتركا فيصير ا ح في ا ح مساويا لب ه في د ح و ا ح في د ح و ا ح
جميعا تذكرة المخروطات القائمة ان تساوت ارتفاعاتها كانت مربعات
على نسب قواعدها وان تساوت قواعدها كانت على نسب ارتفاعاتها
وان كانت متشابهة كانت قواعدها مكافية لارتفاعاتها وان كانت
متشابهة اي كانت اقطار قواعدها على نسب ارتفاعاتها كانت على
نسب اقطار القواعد مثلثة بالتكرير والاسطوانة القائمة اذا قطعها
سطح موازٍ لقاعدتيها باسطوانتين كانت على جهتيها وسمياها على
نسبة مخروطيها المستديرين جميع ذلك مما بينته القدماء
اذا كان مخروطان قائمان وكان سطح احدهما مساويا لقاعدة
الاخر وارتفاع الاخر مساويا للعمود الواقع من مركز قاعدة الاول

على ضلع من اضلاعه فهما متساويان فليكن المخروطان مخروطي ا ب ح
ه د ز وليكن قاعدة ا ب ح مساوية لسطح مخروط ه د ز وارتفاع ا ح
مساويا لعمود ط ك الواقع من مركز ط على ضلع ه د نقول فهما متساويان
وذلك لان نسبة سطح مخروط ه د ز اعني قاعدة ا ب ح الى قاعدة مخروط
ه د ز كنسبة ه د الى ز ط لما مر في الشكل الثامن عشر اعني نسبة ه ط
الى ط ك لكون مثلثي ه د ز ه ط ك متشابهين بل نسبة
ه ط الى ا ح المساوي لـ ط ك فنسبة قاعدة مخروط ا ب ح الى قاعدة مخروط ه د ز كنسبة ه ط
ارتفاع مخروط ه د ز الى ا ح ارتفاع مخروط ا ب ح على السكا في فاذن
هما متساويان وذلك ما اردناه

كل ثخين مجسم مركب من مخروطين
قائمين فانه مساو لمخروط قائم قاعدته مساوية لسطح احد مخروطي المجسم
وارتفاعه مساو للعمود الواقع من راس الاخر منهما على ضلع من اضلاع
الاول فليكن المجسم المذكور معين ا ب د ح وقطع قاعدتيه ب ح وارتفاعه
د ا وليكن قاعدة مخروط ح ط ك مساوية لسطح مخروط ا ب ح وارتفاعه
و هو ط ك مساو لعمود د ز الواقع من د على ضلع ا ب بعد اخراجه على
الاستقامة نقول فمخروط ح ط ك مساو للمجسم المذكور وليكن

م ت ث مخروط الخر قائم قاعدته مساوية لقاعدة مخروط ا ب ح وارتفاعه
وهو ح م مساو لا ز فلان نسبة مخروط م ح ث الى مخروط ا ب ح المتساوي
القاعدتين كنسبة ح م الى ا ز ونسبة معين ا ب د ح الى مخروط ا ب ح
كنسبة ا د الى ز د اعني ح م الى ا ز ويكون مخروط م ح ث مساويا
لمعين ا ب د ح ولان نسبة سطح مخروط ا ب ح الى قاعدته كنسبة ا ب
الى ب د لمارية الشكل الثامن عشر وهي كنسبة ا د الى ز د لكون مثلثي
ا ب ه ا د ز متشابهين اعني نسبة قطر المساوي لا ز وهو ارتفاع مخروط
م ح ث الى ط ك المساوي لـ د ز وهو ارتفاع مخروط ح ط ك دايم كنسبة

سطح مخروط
ا ب ح الى
قاعدته كنسبة

قاعدة مخروط ح ط ك الى قاعدة مخروط م ح ث لكونهما متساويين لهما
يكون مخروطا م ح ث ح ط ك اللذان قاعدتاهما متكافيتان لارتفاعهما
متساويين فاذن مخروط ح ط ك مساو لمعين ا ب د ح وذلك ما اردناه

اذا كان مخروط قائم وقطع بسطح موازٍ لقاعدته وعمل على
الدايرة التي تحدث في موضع المقطع مخروط اخر قائم راسه مركز قاعدة
المخروط الاول ونقص من المخروط الاول المجسم الذي يحدث

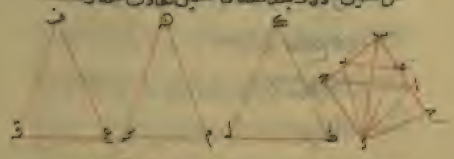
من ذلك فان الذي بقي من المخروط الاول مساو لمخروط تام قاعدته ه
مساوية للسطح المستدير الواقع بين السطحين المتوازيين من محيط المخروط
وارتفاعه مساو للعمود الواقع من مركز قاعدة المخروط الاول على احد
اضلاعه فليكن اب ح المخروط و د مركز قاعدته وليقطعه سطح على ز ه
ليعمل على الدائرة التي قطرها ز ه مخروطا تاما راسه ت فيكون معين ت ه
ه الجسم مركبا من مخروطين قائمين وليكن ط ك ل مخروطا قاعدته مساوية
للمابين ه ا ز ه ا من السطح المحيط بمخروط اب ح وارتفاعه مساو
لعمود ح ج الخارج من مركز د على ضلع اب فنقول اذا نقص من مخروط اب ح
معين ت د ه كان ما بقي منه مساويا لمخروط ط ك ل وليكن مخروطا
احدهما مخروط م ن س وليكن قاعدته مساوية لسطح مخروط اب ح ه
وارتفاعه مساويا لـ ح فيكون مساويا لمخروط اب ح لما مر في الشكل السابع
والاخر مخروط ع ف ق وليكن قاعدته مساوية لسطح مخروط ت ه ه وارتفاعه
مساويا لـ ح فيكون مساويا لمعين ت د ه لما مر في الشكل المتقدم ه
لان سطح مخروط ت د ه من جميع سطح مخروط اب ح مساو لقاعدة مخروط
ع ف ق والباقي منه مساو لقاعدة مخروط ط ك ل يكون قاعدة مخروط
م ن س مساوية لمجموع قاعدتي مخروطي ط ك ل ع ف ق وارتفاعات
هذه المخروطات الثلثة متساوية فمخروط م ن س مساو لمخروطي ط ك

ل ع ف ق وكان مخروط م ن س مساويا لمخروط اب ح ومخروط ع ف ق
مساويا لمعين ت د ه فبقي مخروط ط ك ل مساويا لما بقي من مخروط
اب ح بعد نقصان المعين المجسم منه وذلك ما اردناه اذا
كان شيئين مجسمين مركبين من مخروطين قائمين وقطع احد مخروطيه سطح موازٍ
لقاعدتيهما وعمل على الدائرة الحادثة بالقطع مخروط قائم راسه راس
المخروط الاخر من المعين ونقص من المعين الاول هذا المعين الحادث
كان الباقي من المعين الاول مساويا لمخروط قائم قاعدته مساوية
للسطح المستدير الذي وقع بين السطحين المتوازيين وارتفاعه
مساو للعمود الواقع من راس المخروط الاخر على ضلع من اضلاع المخروط
المقطوع بالسطح فليكن اب ح د المعين الاول بالقطع مخروط اب ح
سطح موازٍ لقاعدة اح على ز و لنفرض على دائرة ز ه مخروط راسه نقطة د
فيكون ت ه ه د المعين الحادث وليكن ط ك ل مخروطا قاعدته مساوية
للمابين سطحي ز ا ه من محيط مخروط اب ح وارتفاعه مساو لعمود ح ج
الخارج من د على ضلع ت ا المخرج فنقول مخروط ط ك ل مساو لما

الف

١٦١

يبقى من المعين الاول بعد نقصان المعين الحادث منه فليكن
مخروطان احدهما مخروط م ح ر المساوي قاعدته لسطح مخروط
ا ب ح وارتفاعه لعمود ر ح فهو مساو لمعين ا ب ح لما مر في الشكل
الحادي والعشرين والاخر مخروط ع ف ق المساوي قاعدته لسطح مخروط
ب ه د وارتفاعه لعمود ر ح وهو مساو لمعين ب ه د الحادث منه
سطح مخروط ا ب ه من جميع سطح مخروط ا ب ح مساو لقاعدة مخروط
ع ف ق والباقي منه مساو لقاعدة مخروط ط ك ل والمجموع مساو
لقاعدة مخروط م ح ر وارتفاعات الثلثة واحدة يكون قاعدة
مخروط م ح ر مساوية لقاعدة الباقيين وهو مساو لهما جميعا
ولكن مخروط م ح ر مساو لمعين ا ب ح د ومخروط
ع ف ق مساو لمعين ب ه د وبقي مخروط ط ك ل مساويا لما بقي
من المعين الاول بعد نقصان المعين الحادث عنه وذلك ما



اردناه ∴ اذا كان في دائرة شكل متساوي الاضلاع عدد
اضلاعه زوج ووصلت بين اطراف الاضلاع بخطوط متوازية الخط

الواصل بين طرفي ضلعين متحادين كانت نسبة جميع تلك الخطوط
الى قطر الدائرة كنسبة الخط المحور لنصف الاضلاع سوى ضلع واحد الذي
واحد فليكن دائرة ا ب ح د وفيها شكل ا ه د ح ط م ح ر ك التي
الاضلاع وعدد اضلاعه زوج ثاني عشر ووصل خطوط ه ك و ل ح ح م
ط م فظاهر انها متوازية لهك ووصل ح ه نقول فنسبة
جميعها الى القطر كنسبة ح ه الى ا ح ووصل د ك و ل ح و ط ه و ح م
متوازية ومتوازية لخط ا ح م ونسبة ه ر الى ر ا كنسبة ك ر
ر ا الى ر ح ودرك الى ا ف ع كل ف ق و د ل الى د ك كذلك ر ح
الى ت ر كذلك ك ل
ت ث و ط خ الى ح
ح م الى خ ح ونسبة
جميع المقدمات اعني
ه ك والخطوط المارة
لها جميعا الى جميع
التوالي اعني قطر ا ح كنسبة مقدم واحد وليكن ر ا التالي واحد
وليكن ر ا هي كنسبة ح ه الى ا ح وذلك ما اردناه ∴ اذا
كان في نصف دائرة شكل كثير الاضلاع اضلاعه سوى القاعدة

متساوية وعددها ز ح ووصلت بين اطرافها بخطوط موازية للقاعدة
كانت نسبة جميع تلك الخطوط مع نصف القاعدة الى ان ينتهي النقطة
كنسبة الخط الواصل بين طرف القطر وطرف ضلع يلي طرف الاخر الى
ضلع واحد فليكن في قطعة ا ب ج من دائرة ا ب ج د شكل ا ه ب ز
ط ح واضلاعه سوى قاعدة ا ج ستة وهي متساوية ونصل ز ح
ه ط موازين لا ح ونصل د ز ه فنقول ان نسبة جميع ز ح ه ط ا ب
الى ا ب كنسبة د ز الى ز ب ونصل ح ج ا فيكونان موازيين لـ ب د
ويكون نسبة ك ز الى ك د
كنسبة ح ك الى ك ل و م
الى م ر كـ ط م الى م ه وكذا
الى ب ز والمقدمات الى
التوالي اعني جميع ز ح ه ط
ا ب الى ب ز كـ ح ك الى ك
ز بل كد الى ز ب وذلك ما اردناه اذا رسم في دائرة عظيمة
يقع كره كدائرة ا ب ج د شكل متساوي الاضلاع يكون لعدده اضلاعه
ربع واخرج فيها قطران متقاطعان على قوائم يمران باطراف الاضلاع
كقطري ا ج ب د واثبت احدهما وليكن قطر ا ج وادير الدائرة

مع الشكل ثم نظاهر ان محيطها يمر بسطح الكرة وان نقط زوايا الشكل
سوى نقطتي ا ج تمس على سطح
الكرة دوائر متوازية سطوحها
قائمة على سطح دائرة ا ب ج د
واقطارها متوازية لـ ب د
وان ضلعي ا د ج ب رسمان
مخروطا مستديرا قاعدته
الدائرة التي قطرها ب د وراسها ا وضلعي ج ب د م يرسمان قطعة
من مخروط قاعدته الدائرة التي قطرها ج م وراسها نقطة ح ب م و
د اذا اخرجا ويلقاها قطر ح ا ايضا هناك وان ضلعي ح ب م د
رسمان مثل ذلك ويكون القاعدة دائرة ب د العظيمة وكذلك في
النصف الاخر فيحدث في الكرة شكل مجسم مؤلف من قطع مخروطات
ويكون سطح ذلك المجسم اصغر من سطح الكرة لان الدائرة التي قطرها
ب د نصف الكرة ويقع في كل جانب منه عميق محيط هو نصف سطح
الكرة وعمق محاط به مؤلف من قطع سطوح مخروطات ونجد المراقبها
عند محيط تلك الدائرة والخطان اعني سطح الكرة يكون اعظم من
المحاط بهما اعني سطح المجسم وذلك ما اردنا ان نصف اول ترجمة

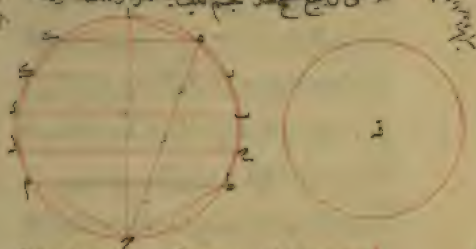
كون الاضلاع زوجا ظاهر وانما جعل احدها ربعا ليكون جميع
السطوح من سطوح المخروطات والا لكان السطح الذي برسمه الضلع
المتوسط الذي ثم قطرت ه بمنتصفه وتقلبه سطحا اسطوانيا
الباقية مخروطات وذلك لا يصلح لما نقصده فلم يعد لنحو هذا
الشكل في اشكال الكتاب شيا مقدمة لتوبيخه ما بعدها وقد تم
ذكر الشكل فيما اورده لا يصلح المصادرات ونعود الى المتن قال
ونقول ايضا ان سطح هذا الجسم المذكور الذي في الكرة يساوي الدائرة
التي يقوي نصف قطرها على سطح احد الاضلاع الواصلة في الدائرة العظيمة
في جميع الخطوط الواصلة بين اطراف الاضلاع على اوائلها الواصلة
بين طرفي ضلعين متجاورين منها فليكن ا ب ج د من اعظم دوائر الكرة
لترسم فيها شكل كما وصفنا وفي الكرة بادارتها مجسم كما مر وصفه ونصل
ب د على مراكز خطوط ح ط ه ز ك ل م ن ونصل قطر دائرة
ن ز قويا على سطح ا ه في جميع ه ز ح ط ه ز ك ل م ن نقول فهي تساوي
سطح المجسم المذكور ولتوضح قطر دائرة ع على سطح ا ه في نصف ه د
ونصف قطر دائرة ف على سطح ا ه في نصف ه ز ح ط ونصف قطر دائرة
ق على سطح ا ه في نصفي ح ط ه ز ونصف قطر دائرة ر على سطح ا ه في
نصفي ه ز ك ل ونصف قطر دائرة ش على سطح ا ه في نصفي ك ل م ن ونصف

قطر

قطر دائرة ت على سطح ا ه في نصف م ن فيكون دائرة ع مساوية لسطح مخروط
ا ه ز لما مر في الشكل السابع عشر ودائرة ف لسطح البعض الواقع بين ه ز
ح ط من المخروط لما مر في الشكل التاسع عشر ودائرة ق للذي بين ح ط
ه ز ودائرة ر للذي بين ه ز ك ل ودائرة ش للذي بين ك ل م ن
ودائرة ت لسطح مخروط م ن ه والدوائر الستة جميعا لجميع سطح

المجسم وقد تبين ان انصاف اقطار هذه الدوائر يقوي على سطح ا ه في
ه ز والموازية له جميعا ودائرة ش كانت تقوي ايضا على سطح ا ه فيها
جميعا فاذن دائرة ش مساوية لسطح ذلك المجسم وذلك ما اردناه
ايضا سطح هذا المجسم الذي في الكرة اصغر من اربعة امثال
اعظم دائرة تقع في الكرة فليكن دائرتها العظيمة التي رسم فيها الشكل
المتساوي الاضلاع او لا دائرة ا ب ج د ونصل ا م والخطوط الموازية
لها وهي ح ك ه ز ك ه ه ل ونصف قطر دائرة ق قويا على

سطح آه بنها جميعا فيكون دائرة قد مساوية لسطح الجسم كما تبين في الشكل
المتقدم ولان نسبة هذه الخطوط جميعا الى خط آه كنسبة وه الى آه
كما تبين في الشكل الرابع والعشرين فسطح آه في جميع هذه الخطوط المساوية
لمربع نصف قطر دائرة قد مساو لسطح آه في جه وسطح آه في جه اصغر
من مربع آه فمربع نصف دائرة قد اصغر من مربع آه في جه وسطح آه في
جه اصغر من مربع آه فمربع نصف دائرة قد اصغر من مربع آه فقطر آه اعظم
من ضعف قطر دائرة قد ورابعة امثال المربع آه اعظم من مربع قطر دائرة قد
ونسبة اربعة امثال المربع آه الى المربع قطر دائرة قد كنسبة اربعة امثال
دائرة آبجد الى دائرة قد فاربعة امثال دائرة آبجد اعظم من دائرة
قد اعني من جميع سطح هذا الجسم الذي في الكرة وذلك ما اردناه



وايضا هذا الجسم الذي في الكرة مساو للمخروط الذي قاعدته
دائرة قاعدة سطح هذا الجسم وارتفاعه العمود الواقع من مركز الكرة

على احد اضلاع الشكل المتساوي الاضلاع المذكور فليكن اعظم دائرة
يقع في الكرة آبجد ومركزها ح وساير ما ذكرنا على حاله وليكن قد مخروطا
قائما قاعدته مساوية للجسم الذي في الكرة وارتفاعه العمود المذكور
فنقول مخروط قد مساو للجسم المذكور ولتمر على الدوائر التي اقطارها
خطوط ود ح م ط لب كمخروطات رؤوسها مركز الكرة فالجزء
الجسم المركب من مخروطين قاعدتهما الدائرة التي قطرها ود وسطحها
آج مساو للمخروط الذي قاعدته مساوية لسطح مخروط راجه وارتفاعه
العمود الواقع من نقطة خ على خط آ كما مر في الشكل الحادي والعشرين
ولتمم الفضلة الباقية من الجزء الجسم التي يحيط بها السطح المخروطي
الذي بين السطحين المتوازيين المارين بح ه وسطح مخروطي بخ هم
ح خ م مساوية للمخروط الذي قاعدته مساوية لما بين السطحين المتوازيين
المارين بد ح م د
وارتفاعه مساو للعمود
الواقع من نقطة خ على
خط دخ لما بين نقطة
الشكل الثالث والعشرين

ولتمم الفضلة الباقية من المخروط التي يحيط بها السطح المخروطي

الواقع بين السطحين المتوازيين المارين بح م ب د وسطح مخروط م ح ح
ودائرة ر د مساوية للمخروط الذي قاعدته مساو للسطح المخروطي
الواقع بين سطحي ح م ب د وارتفاعه مساو للعمود الواقع من نقطة ح
على خط ح ب لما بين في الشكل الثاني والعشرين وكذلك في النصف
الآخر من الكرة وجميع الجسم الكري هو هذه المخروطات وهذه المخروطات
مساوية لمخروط ق ر لان الارتفاعات كلها متساوية وقاعدة مخروط
ق مساوية لجميع القواعد فاذن الجسم الكري المذكور الذي في
الكرة مساو لمخروط ق ر وذلك ما اردناه ❊ وايضا الجسم المذكور
الذي في الكرة اصغر من اربعة امثال مخروط قاعدته مساوية لاعظم
دائرة تقع في الكرة وارتفاعه مساو لنصف قطر الكرة فليكن مخروط
ق مساويا للجسم الكري وهو الذي قاعدته مساوية لسطحه وارتفاعه
مساو للعمود الواقع من المركز على احد اضلاع الشكل المتساوي الاضلاع
كما مر في الشكل المتقدم وليكن قاعدة مخروط ش مساوية لدائرة
ا ب ح د العظمى التي في الكرة وارتفاعه مساويا لنصف قطرها فلان
سطح الجسم الذي في الكرة اصغر من اربعة امثال قاعدة مخروط ش
الدائرة العظمى لما مر في الشكل الثامن والعشرين يكون قاعدة ق اصغر
من اربعة امثال قاعدة مخروط ش وارتفاع مخروط ق الذي هو العمود

المذكور اصغر من ارتفاع مخروط ش الذي هو نصف القطر فاذن
مخروط ق اعني
الجسم الذي في
الكرة اصغر من اربعة
امثال مخروط ش

وذلك ما اردناه ❊ اذا رسم على دائرة عظيمة تقع في الكرة
كدائرة ا ب ح د شكل متساوي الاضلاع يكون لعدد اضلاعه ربع
ورسم على الشكل دائرة عليها ه ط ح د ويكون مركز الدائرتين لا محالة
مركز الكرة واخرج فيهما قطران متقاطعان عمودان باطراف الاضلاع
وهما ح ط ر ه ثبت قطر ح د وادير الدائرتان والشكل حول قطر
ان دائرة ا ب ح د يمر بسطح الكرة ودائرة ه ر ح ط يمر بسطح كرة اخرى مركزها
مركز الكرة الصغرى وان النقط التي عليها تماس الشكل الدائر
يرسم على الكرة الصغرى دوائر قائمة على سطح دائرة ا ب ح د على قوائم وان
نقط الزوايا يرسم على الكرة العظمى دوائر قائمة على سطح دائرة ه ر ح ط
انه على قوائم ويمر باضلاع الشكل يقطع من المخروطات يشبه خلقتها
خلقة الجسم المذكور الذي في الكرة فيكون مجتمعا كريا في الكرة العظمى
وعلى الكرة الصغرى وليكن كرة عظيمتين عليهما يماس الشكل الدائر

الداخلة فاذا قست الكرة الصغرى بالدائرة التي قطرها خط ك د
بقسمين اشتمل كل قسم على عمقين
يحتوي الاطراف احدهما محيط د
سطوح الجسم والاخر محاذ به
وهو قطعة من سطح الكرة الصغرى

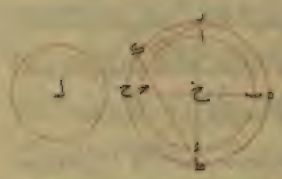
والاطراف المحدة هي الدائرة القائمة ويكون كل واحد من المحيطين
اعظم من كل واحد من المحاط بهما فسطح الجسم المكعب اعظم من سطح
الكرة الصغرى انزل ولم يعرف في تحرير هذا الشكل في اشكال
المقالة بل حتى يقدمه لتوطيته ما بعدها سطح الجسم الذي على الكرة
الموصوف مساو للدائرة التي يقوى نصف قطرها على سطح احد
الاضلاع المتساوية في جميع الخطوط الواصلة بين زوايا الشكل
المتساوي الاضلاع الذي على الدائرة المرابعة للخط الذي
يوتر ضلعين متجاورين منها وذلك لانه معمول في الكرة الصغرى
وقد بان هذا الحكم في الجسم المعمول في الكرة والجسم في الفائتين واحد

ب الط

وايضا سطح الجسم الذي على الكرة اعظم من اربعة امثال
اعظم دائرة يقع على الكرة وليكن الكرة والدائرة وسائر ما وصفنا
حالها وليكن دائرة ا مساوية لسطح الجسم المحيط بالكرة الصغرى

فلان

فلان في دائرة ه ح ط شكل متساوي الاضلاع اضلاعه زوج
يكون نسبة الخطوط الواصلة بين زواياه المرابعة لربع الى كنسبة
ط ك الى ك د كما مر في الشكل الرابع والعشرين فسطح هذا الاضلاع
في جميع تلك الخطوط مساو لسطح ر ط في ط ك ويكون نصف قطر دائرة
لانه القوة مساويا لسطح ر ط في ط ك كما مر في الشكل السابع و
العشرين الذي هو اعظم من مربع ط ك فيكون نصف قطر دائرة
ا اعظم من ط ك و ط ك مساو لقطر دائرة ا ح د لان ط ك ضعف



ح ز و ح ز نصف
قطر دائرة ا ح د
فاذن سطح الجسم الذي
على الكرة الذي هو

مثل دائرة ا اعظم من اربعة امثال الاعظم دائرة يقع في تلك الكرة و
ذلك ما اردنا اقول لنبرهن لبيان ان ط ك ضعف ز ح فاخرج من
ح الى النقطة التي عليها يماس ر ك دائرة ا ح د فيكون المثلث الذي
من نصف ضلع ر ك وخط ر ح وذلك الخط شبها بمثلث ر ط ك لكون
زاوية منهما مشتركة وزاوية النقطة وزاوية ك قائمتين ويكون
نسبة الخط الخارج الواصل من ح الى النقطة الى نصف ر ك كنسبة

ط ح الى ى ك فيكون الخط الواصل مساويا لنصف ط ى وهو مساو
لخط ح ر فاذن ط ى ضعف ح ر وسيبين هذا المعنى صحيحا فى المقدمة
ايضا فى الشكل الثانى والاربعين ٭ واضع الجسم الذى على الكرة
بازاء مخروط دائرة قاعدته مساوية لسطح ذلك الجسم وارتفاعه
مساو لنصف قطر الكرة وذلك لان ذلك الجسم يقع فى الكرة العظمى
ويكون ح مساويا لمخروط قاعدته مساوية لسطح ذلك الجسم وارتفاعه
مساو لعمود يقع من مركز الكرة على احد اضلاع الشكل المتساوى الاضلاع
لما بين فى الشكل التاسع والعشرين وذلك العمود هو نصف قطر الكرة
الصغرى فاذن ارتفاعه مساو لنصف قطر الكرة التى عليها الجسم وذلك
ما اردناه وقد استبان من ذلك ايضا ان هذا الجسم الذى على الكرة
الصغرى اعظم من اربعة اشكال مخروط قاعدته بازاء اعظم دائرة تقع فى
تلك الكرة وارتفاعه مساو لنصف قطر الكرة لان سطح الجسم اعظم
من اربعة اشكال اعظم دائرة تقع فى الكرة الصغرى كما بين فى الشكل
المتقدم فاذن الجسم المساوى لمخروط قاعدته مساوية لسطحه وارتفاعه
مساو لنصف قطر الكرة اعظم من مخروط قاعدته اربعة اشكال اعظم
دائرة تقع فى الكرة الصغرى وارتفاعه نصف قطرها اذ كانت القاعدة
ههنا اعظم من القاعدة هناك والارتفاعان متساويان اقول

قد ثبت هذا شكلا ولم يعده اسحق بل جعله تذنيبا لما تقدم ٭

اذا عمل فى كرة وعليها جسمان كما ذكرنا كانت نسبة سطح الجسم الذى
عليها الى سطح الجسم الذى فيها كنسبة ضلع الشكل المتساوى الاضلاع الذى
على الدائرة العظمى الواقعة على الكرة الى ضلع الشكل المتساوى الاضلاع
الذى فيها مثناة بالتكرير ونسبة الجسم الذى عليها الى الجسم الذى
فيها كمكعب النسبة التى مثلناه بالتكرير فليكن اب ج ر الدائرة العظمى لكرة
د ه ز ح عليها وفيها شكلان متساويا الاضلاع لعمودها ربع وليكن قطرا
ح ر ط دائرة يحيط بالشكل الذى عليها متقاطعين على قائم ودائرة
بين الزوايا وانه ورب ضعها قطرى دائرة اب ج ر فلرسم الجسمان والكرة
حول قطر ح ك م ونقول ان نسبة سطحيهما كنسبة ه د الى مثناة
ونسبتهما كنسبتها مثلثة ولتكن دائرة م مساوية لسطح الجسم الذى
على الكرة ودائرة ن لسطح الجسم الذى فيها ونصف قطر م يقرى على سطح
ه د الى الخطوط المتوازية الواصلة بين زوايا الشكل الذى على الدائرة
لما بين فى الشكل الحادى والثلثين ونصف قطر ن على سطح اى فى الخطوط
المتوازية الواصلة بين زوايا الشكل الذى فى الدائرة لما بين فى الشكل
السابع والعشرين ولان الشكلين متشابهان كون السطحان المذكوران
متشابهين ويكون نسبة السطح الى السطح نسبة الضلع الى الضلع فى القوة

وهي كنسبة نصف قطري دائرتي م هـ في القوة فيكون نسبة قطري الدائرتين
كنسبة سطحي الشكلين ونسبة الدائرتين كنسبة القطرين مشاة بالتكرير لان
والدائرتان مساويتان لسطحي الضلعين فاذن نسبة سطح الجسم الذي على
الكرة الى سطح الجسم الذي فيها كنسبة ه ك الى ا ح مشاة ويعمل مجسم
عليها مربع وليكن قاعدة مخروط سر مساوية لدائرة م وقاعدة
مخروط ع مساوية لدائرة هـ وارتفاع مخروط سر مساويا لنصف قطر الكرة
وارتفاع مخروط ع مساويا للعمود الواقع من مركزها على ا ح فمخروط
سر مساو للجسم الذي على الكرة لما تبين في الشكل الثالث والتسعين
ومخروط ع للجسم الذي في الكرة لما تبين في الشكل التاسع والتسعين
ولان المتساوي الاضلاع متشابهان يكون نسبة ه ك الى ا ح
كنسبة نصف قطر الكرة الى العمود الواقع من مركز الكرة على ا ح
نسبة ارتفاع مخروط سر الى ارتفاع مخروط ع كنسبة ه ك الى ا ح
الذي هو كنسبة قطر دائرة م الى قطر دائرة ر اعني قطر قاعدة مخروط

سر الى قطر قاعدة مخروط ع فالمخروطان متشابهان نسبة مخروط سر
الى مخروط ع كنسبة قطر دائرة قاعدة مخروط سر الى قطر دائرة قاعدة
مخروط ع بل كنسبة قطر دائرة م الى قطر دائرة ر اعني كنسبة ه ك
الى ا ح مثلثه وذلك ما اردناه اقول اذا وصلنا ح ك كان مثلثا
ح ك ح ك متشابهين لنسبة ح ه الى ح ك كنسبة ح ا الى ح ك وسطح
ه ح في ح ك يشبه سطح ا ح في ح ك فيكون نسبة سطح ح ه في ح ك
الذي يساوي سطح الجسم الذي على الكرة الى سطح ح ا في ح ك الذي
يساوي سطح الجسم الذي في الكرة كنسبة ح ه الى ح ا في القوة بل كنسبة
ه ك الى ا ح مشاة وهذا يبين قوله نسبة السطحين مشاة ـ سطح نسبة الشيء من
كل كرة اربعة اشكال اعظم . دائرة يقع فيها فليكن كرة ب دائرة ا د ب ه اشكال
اعظم دائرة يقع فيها فنقول ان دائرة ا ب يساوي سطح تلك الكرة فان لم
يكن كذلك فهي اما اصغر واما اعظم منه وليكن اولا اصغر فسطح الكرة
والدائرة مقدار ان مختلفان اعظمهما سطح الكرة ونجعل لنسبة خط
ب الى خط د اصغر من نسبة اعظمهما الى اصغرهما كما مر في الشكل الثاني
ولنتمم ا ز فيما بينهما ونصف الكرة بسطح يمر بمركزها فيحدث على سطحها
دائرة ح ط ونجعل عليها وفيها شكلين متساويي الاضلاع كما ذكرنا
يكون نسبة ضلع الذي عليها الى ضلع الذي فيها اصغر من نسبة ب

الى ه كما مر في الشكل الثالث ونسبة الضلع الى الضلع مثناة اصغر من
نسبة ب الى ه مثناة اعني من نسبة ب الى ه ونعمل على الكرة وفيها
جسمين كما ذكرنا في الشكلين السادس والعشرين والحادي والثلثين
فيكون نسبة سطح الجسم الذي عليها الى سطح الجسم الذي فيها كنسبة
الضلع الى الضلع مثناة كما مر في الشكل المتقدم واصغر من نسبة ب الى
ه وكانت نسبة ت الى ح اصغر من نسبة سطح الكرة الى دائرة ا فنسبة
سطح الجسم الذي على الكرة الى سطح الجسم الذي فيها اصغر من نسبة سطح
الكرة الى دائرة ا وسطح الجسم الذي على الكرة اعظم من سطح الكرة لما مر
في الشكل الحادي والثلثين فسطح الجسم الذي فيها اعظم من دائرة ا
التي هي مساوية لاربعة امثال اعظم دائرة تقع في الكرة وقد بان في
الشكل الثامن والعشرين ان سطح الجسم الذي فيها اصغر منها هذا خلف
ثم ليكن دائرة ا اعظم من سطح الكرة ونجعل نسبة ب الى ح اصغر من
دائرة ا الى سطح الكرة و ه مناسبا لهما بينهما ونرسم الشكلين المذكورين
على وجه يكون نسبة ضلع الذي على الدائرة الى ضلع الذي فيها اصغر
من نسبة ت الى ه فيكون نسبة الشكل الذي عليها الى الذي فيها
اصغر من نسبة ت الى ح ونعمل الجسمين على الكرة فيكون نسبة سطح
الجسم الذي عليها الى سطح الجسم الذي فيها اصغر من نسبة ت الى ح

على

التي هي اصغر من نسبة دائرة ا الى سطح الكرة فنسبة سطح الجسم الذي
عليها الى سطح الجسم الذي فيها اصغر كثيرا من نسبة دائرة ا الى سطح الكرة
فكان سطح الجسم الذي عليها اعظم من دائرة ا فيلزم ان يكون سطح الجسم
الذي فيها اعظم
من سطح الكرة هف
لما مر في الشكل
السادس والعشرين
وان لم يكن دائرة
ا اصغر كان اعظم

١٧٠

من سطح الكرة فهي مساوية له فاذن سطح الكرة يساوي اربعة امثال
اعظم دائرة تقع فيها وذلك ما اردناه ÷ كل كرة فانها اربعة امثال
مخروط قاعدته مساوية لاعظم دائرة تقع في تلك الكرة وارتفاعه مساو
لنصف قطر تلك الكرة فليكن ا ب ج د اعظم دائرة تقع في كرة ما ومخروط
قاعدته اربعة امثال دائرة ا ب ج د وارتفاعه مثل نصف قطر الكرة
فان لم يكن الكرة مساوية لمخروط تر فهي اما اعظم منه واما اصغر
وليكن اولا اعظم منه ونجعل نسبة خط ك الى خط ح اصغر من نسبة
الكرة الى مخروط تر كما مر في الثاني وليكن خطا ك ح ل على

ب

الشكل

النسبة المذكورة اعني يكون نصل ك على ب ساوا لنصل ب على ا
ونصل ا على ج ونرسم في دايرة ا ب ج د عليها شكلين مثلثين متساويي الاضلاع
يكون لمحيط اضلاع كل واحد منهما ربع ويكون نسبة ضلع الذي عليها
الى ضلع الذي فيها اصغر من نسبة ك الى ب كما في الشكل الثالث
ولتقاطع قطرا ا ج ب د في دايرة ا ب ج د على قوايم وندير هما حول
ا ج فيحدث على الكرة بينهما جسمان كما وصفنا في الشكلين الثاني
والعشرين والحادي والثلثين ويكون نسبة الجسم الذي عليها
الى الجسم الذي فيها كنسبة الضلع الى الضلع المذكورين مثلثة
بالتكرير لما مر في الشكل الرابع والثلثين وكانت نسبة الضلع
الى الضلع اصغر من نسبة ك الى ب نسبة الجسم الذي عليها
الى الجسم الذي فيها اصغر من نسبة ك الى ب مثلثة بالتكرير ونسبة
ك الى ج اعظم من نسبة ك الى ب مثلثة بالتكرير لما ساذكره
فنسبة الجسم الذي عليها الى الجسم الذي فيها اصغر كثيرا من نسبة
ك الى ج التي هي اصغر من نسبة الكرة الى محيط ت ر فنسبة الجسم
الذي على الكرة الى الجسم الذي فيها اصغر من نسبة الكرة الى
محيط ت ر فنسبة الجسم الذي على الكرة اعظم من الكرة فالجسم
الذي في الكرة التي يكون اعظم من محيط ت ر الذي قاعدته اصغر

كثيرا

كثيرا من نسبة ك الى ج التي هي اربعة اسداس دايرة ا ب ج د
ارتفاعه نصف قطر الكرة وقد بان في الشكل الثلثين ان الجسم الذي
في الكرة يكون اصغر من ذلك هف ثم ليكن الكرة اصغر من محيط
ت ر ونجعل نسبة ك الى ج الاقصر اصغر من نسبة محيط
ت ر الى الكرة وليكن خطا ك ط بينهما كما فرضنا ونرسم على دايرة
ا ب ج د فيها شكلين كما وصفنا نسبة ضلع الذي عليها الى ضلع
الذي فيها اصغر من نسبة ك الى ج ونرسم الجسمين الموصوفين

يكون نسبة الجسم
الذي على الكرة الى
الذي فيها كنسبة
الضلع الى الضلع
المذكورين مثلثة
التي هي اصغر من نسبة
ك الى ج مثلثة وهي اصغر من نسبة ك الى ج وهي اصغر من نسبة
محيط ت ر الى الكرة فنسبة الجسم الذي على الكرة الى الجسم الذي
فيها اصغر كثيرا من نسبة محيط ت ر الى الكرة والجسم الذي على الكرة
اعظم من محيط ت ر الذي قاعدته اربعة اسداس دايرة ا ب ج د وارتفاعه

نصف قطر الكرة لما مر في الشكل الثالث والثلثين فالجسم الذي
في الكرة اعظم من الكرة هف وانما لم يكن الكرة اعظم لا اصغر من مخروط
ترفعي مساوية له فاذن الكرة مساوية لاربعة امثال مخروط اسا
قاعدته اعظم دائرة يقع عليها وارتفاعه نصف قطرها وذلك ما
اردناه اقول اذا فضلنا ثث فضل كه على حج من كه وجعلناه ح
ثم نقصناه مرة اخرى من ب وجعلنا الباقي منه ط صار كه
طح على النسبة المذكورة ولكن لبيان ان نسبة ه
الى ح اعظم من نسبة ك الى ب مثلا بالكرة نسبة ك الى ح
كنسبة ح الى د وكنسبة د الى ه واذا فضلنا ح من ك وزن ح
كان بالتفصيل نسبة فضل ك على ح الى ح كنسبة فضل ح على
الى د وبالابدال نسبة فضل ك على ح الى فضل ح على د كنسبة
ح الى د وح اطول من د ففضل ك على ح اعني فضل ح على د اطول
من فضل ح على د فط اقصر من د وكذلك خ اقصر من ه ونسبة
الى ح اعظم من نسبة ه الى ا التي هي نسبة ك الى ب مثلا بالكرة
قال وقد تبين من ذلك ان كل اسطوانة يكون قاعدتها مساوية لاعظم
دائرة تقع في كرة وارتفاعها مساو لقطر قاعدتها فانها مثل ونصف
الكرة وسطحها مع القاعدتين مثل ونصف سطح الكرة وذلك لان تلك

الاسطوانة

الاسطوانة ستة امثال مخروط يكون قاعدته اعظم دائرة تقع في الكرة
وارتفاعه نصف قطر الكرة والكرة اربعة امثال ذلك المخروط فالاسطوانة
مثل ونصف الكرة ولنعم قد بينا في الشكل السادس عشر ان سطح الاسطوانة
سوى قاعدتيها مساو لدائرة نصف قطرها مناسب لضلع الاسطوانة
ولقطر قاعدتها فيما بينهما وضلع الاسطوانة التي ذكرنا مساو لقطر قاعدتها
فيكون لخط المناسب لهما فيما بينهما مساو لكل واحد منهما و
الدائرة التي نصف قطرها مساو لقطر القاعدة يكون اربعة امثال
القاعدة فسطح الاسطوانة سوى قاعدتيها اربعة امثال اعظم دائرة تقع في
الكرة ومع قاعدتيها ستة امثالها وسطح الكرة اربعة امثالها فسطح الاسطوانة
مثل ونصف سطح الكرة ٨ اذا قطع الكرة سطح لا يمر بالمركز وكانت
الدائرة العظيمة القاطعة لذلك
السطح تقع لم يمتد دائرة اورد
عمل في قطرها ح منها شكل ا
متساوي الاضلاع سوى
القاعدة عددا اضلاعه زوج

وانبت قطر ح ز واديرحوله الشكل حتى يحيط في القطعة كما وصفنا
حاله في الكرة ويكون قاعدة الدائرة التي قطرها اب وراسه ح

ظاهر ان سطح الكرة اعظم من سطح ذاته بحق يحيط به ∴ سطح المجسم
المذكور الذي في قطعة الكرة مساو لدائرة يقوى نصف قطرها على سطح
احد اضلاع الشكل الذي في قطعة الدائرة العظيمة في المخروط الذي
قاعدته مساو نصف قاعدتها فليكن الدائرة العظيمة اح ط وليعمل
في قطعة اح ح شكل اه ه ط د ه ح المشابه للاضلاع الزوج
القاعدة وليكن نصف قطر دائرة ل يقوى على سطح ضلع اه في ه د
ه ر اى جميعا فنقول انها مساوية لسطح المجسم الذي في هذه القطعة
وليقو نصف قطر دائرة م على سطح ه ط في نصف ه ر فهي مساوية
لسطح المخروط الذي قاعدته مربع ورأسه ط لما مر في الشكل السابع عشر
وليقو نصف قطر دائرة ن على سطح ه ح في نصفي ه د ه ر فيكون مساوية
لسطح المخروط الذي بين السطحين المتوازيين المارين به ه ح ولما
في الشكل السابع عشر وليقو نصف قطر دائرة س على سطح اه في
نصفي ه ر ه ح فيكون مساوية لسطح المخروط الذي بين السطحين المارين
به ه ر اح فجميع دوائر م ن س مساوية لسطح المجسم وانصاف اقطارها
يقوى على سطح اه في ه د ه ر اى جميعا وكان نصف قطر دائرة
ل يقوى عليه فدائرة ل مساوية لتلك الدوائر جميعا بل سطح
المجسم الذي في قطعة الكرة ∴ سطح المجسم المذكور الذي

في قطعة الكرة اصغر
من دائرة نصف
قطرها مساو للخط
الخارج من راس القطعة
الى محيط قاعدتها
فليكن الدائرة العظيمة

الدائرة في الكرة اب ه وقاعدة القطعة دائرة قطرها اب ولنعمل
في القطعة من الدائرة والكرة الشكل والمجسم كما مر وليكن قطر الكرة ط د
وصل ه ا او ليكن ط ا نصف قطر دائرة م فنقول انها اعظم من
سطح المجسم لان سطح المجسم يساوي دائرة يقوى نصف قطرها على
سطح ه ط في ه ر ه ح اى جميعا كما مر في الشكل المتقدم وقد تبين في
الشكل الخامس عشر
ان ذلك مساو
لسطح ه ا في ا ط
وسطح ه ا في ط ا
اصغر من مربع ا ط
اعني من مربع نصف قطر م فاذن دائرة م اعظم من الدائرة المساوية

لسطح الجسم المذكور وذلك ما اردناه اقول انما كان ه ل فيط ك
اصغر من ربع اط لان ط ل في ط ك بيا ط ب مع اه في ط ل الطول
من ه ك ٠٠ الجسم الموصوف الواقع في قطعة الكرة الذي يحيط
قطع من سطوح مخروطات اذا زيد عليه مخروط قاعدته قاعدة الجسم
ورأسه مركز الكرة كان المجموع مساويا لمخروط قاعدته مساوية لسطح الجسم
وارتفاعه العمود الواقع من مركز الكرة على احد اضلاع الشكل الذي
في قطعة الدائرة فليكن القطعة من الدائرة المقطوعة الدائرة قطعة
الكرة ا ب ج ومركز الكرة د والشكل الذي في قطعة الدائرة ا ب ج
ط ل ج ونصل على الدائرة التي قطرها ا ج مخروط ا م ج وليكن قاعدة
مخروط ك مساوية لسطح الجسم وارتفاعه العمود الخارج من د على
احد الاضلاع فنقول انه مساو للجسم مع مخروط ا ه ج ونصل على ب ج
ح ط د ك مخروطي ج ه ط د ه ك فمثلثي ج ب ط ه الجسم مساو لمخروط
قاعدته سطح مخروط ج ب ط وارتفاعه العمود الخارج من ه على ب ج
في الشكل الحادي والعشرين والثاني والعشرين من الجسم الذي يحيط به السطح
المخروطي الذي على ج ب ط ل وسطحا مخروطي ج ه ط د ه ل مساو
لمخروط قاعدته السطح الذي على ج ب ط ل وارتفاعه العمود الواقع
من ه على ب ج لما تبين في الشكل الثالث والعشرين والعشرين الذي

يحيط به السطح المخروطي الذي على ب ا ج وسطحا مخروطي ه ا ج
مساو لمخروط يساوي قاعدته السطح الذي
على ب ا ج وارتفاعه العمود الواقع
من ه على ا ج فالجميع مساو للجسم الذي
في القطعة مع مخروط ا م ج قاعدة
مخروط ك مثل هذه القواعد جميعا
وارتفاعه مثل ارتفاع كل واحد منها فهو مساو للجسم المذكور مع مخروط
ا م ج وذلك ما اردناه ويتبين من ذلك ان المخروط الذي نصف قطر
قاعدته مساو للخط الخارج من راس قطعة الكرة الى محيط قاعدتها
وارتفاعه مثل نصف قطر الكرة اعظم من الجسم الموصوف الذي في
قطعة الكرة مع مخروط المذكور ومن المخروط المساوي لهما لان قاعدة
هذا المخروط مساوية لسطح الجسم المذكور وارتفاعه للعمود المذكور
وكل واحد منهما اصغر من نظيره في ذلك المخروط ٠ لتكن كرة
اعظم دائرة فيها ا ب ج وليقطع خط ا ب قطره من الدائرة اقل من النصف
وليكن المركز د ونخرج منه د ا د ب ونصل على القطاع الحادث من
شكلا متساوي الاضلاع زوجا ونصل على الشكل دائرة يحيط به مركز
مركزها مركز الدائرة ا ب ج ونثبت ه ك ونتم الشكل فتحدث كرة

عظمى فهو أعظم بقطعة من الكرة الصغرى الأولى قاعدة ذلك الجسم
الدائرة المارة بح ويكون سطحه أعظم من سطح القطعة من الكرة الصغرى
التي قاعدتها الدائرة المارة بأب وذلك المخروط خطي أم به هما
شبين للدائرة الداخلة فيما رسمان أيضا بالأدارة مع الشكل سطحا عمود
ويكون العمود المحيط الذي عليه أم ط ه ل ح ت أعظم من سطح القطعة
من الكرة الصغرى التي قاعدتها أم باب لاتحاد أطرافهما وهي محيط
الدائرة التي نظرها أب وكونهما في جانب واحد منهما والسطح المخروطي
الذي عليه م ز ه ح أعظم من السطح المخروطي الذي عليه م أ ح ت لكون

خط م ز وهو القائمة الواقعة
من خط م أ في مثلث م ز أ
فجميع سطح الجسم المحيط أعظم
من سطح قطعة أ ح ب وقد
تبين مما مر في الشكل الثاني
والثلثين أن سطح الجسم المحيط
على القطاع مساو للدائرة التي يقوى نصف قطرها على سطح أحد
الاضلاع في المخروط الموازية للقاعدة مع نصف القاعدة فان
هذا الحكم أيضا في كرة هي الكرة العظمى أقول أنما يكون مركز الدائرة

التي على الشكل مركز دائرة أ ب ح لان الخطوط الخارجة من مركز دائرة
أ ب ح الى زوايا الشكل متساوية لكون كل واحد منها مساويا في القوة
لنصف قطر الدائرة الصغرى ونصف ضلع الشكل وانما يكون السطح
المخروطي الذي عليه م ز ه ح أعظم من الذي عليه م أ ح ت لان
السطح الذي عليه م ز ح ه مساو للدائرة التي يقوى نصف قطرها
على سطح م ز في نصف مجموع خط م ه اذا وصل وخط ز ح والسطح المخروطي
الذي عليه م أ ح ت مساو للدائرة التي يقوى نصف قطرها على
سطح م أ في نصف مجموع م ح أ ب ود ح اطول من أ ب ود م اطول من
م أ فالسطح الاول اعظم من الثاني ولذلك يكون السطح الذي عليه
م ز ح ه اعظم من السطح الذي عليه م أ ح ت سطح الجسم
المذكور المحيط على قطعة الكرة اعظم من دائرة نصف قطرها مساو
للخط الخارج من رأس القطعة الى محيط قاعدتها فليكن الدائرة النقطة
المارة بالجسم ه ح د ز والمركز والشكل الذي عليها ك ر ل والدائرة
التي على الشكل والباقي كما وصفنا ولتكن نصف قطر دائرة ز ح على
سطح احد الاضلاع في المخروط الموازية للقاعدة مع نصف قطر دائرة
جميعا وهو مساو لسطح م ط في ح ز الذي هو ارتفاع قطعة ك د ل
من الكرة العظمى كما بينا في الشكل الخامس والعشرين وح ز اطول

من ب د الذي هو ارتفاع قطعة ا ب د من الكرة الصغرى لانا اذا
وصلنا ك ر ا ك كانا متوازيين و ا ب موازي ك ل و ب د مشترك
فمثلث ا ب د ك ح و ا ب د متشابهين و ب د الجزء من ب ا الذي خرج الى

من ب د هو م ط مساو
لقطر ح ر لانا اذا وصلنا
ح م كان موازيا لـ ا ط
لان ح م نصف ر م و ح ر
نصف ر ط فيكون ح م اعني
ه ر نصف م ط و ح ك

في ه ر مساويا لـ م ط فسطح مجسم ك ل الذي هو مساو لكاتبين
في اخر الشكل الحادي والثلثين لدائرة م التي يقوي نصف قطرها
على سطح م ط في ح ر اعظم من دائرة نصف قطرها مساو لخط ا ب
الذي يقوي على م ط اعني ح ر في ه ر وخط ا ب هو الخط المخرج
من راس القطعة الى محيط قاعدتها التي هي الدائرة التي قطرها
ا ب فاذن صح ما قلنا وقد بان في الشكل الاربعين ان الجسم المذكور
مع مخروط ك ه ل مساو لمخروط قاعدته دائرة ه وارتفاعه
العمود الواقع من المركز على احد الاضلاع اعني نصف قطر الكرة

اذ كان

اذ كان الجسم دائما في الكرة العظمى التي مركزها ا م ه وتبين من ذلك
ان اعني الجسم مع مخروط ك ه ل اعظم من مخروط نصف قطر قاعدته
خط ا ه وهو الخط الذي يخرج من راس قطعة الكرة الصغرى الى
محيط قاعدتها وارتفاعه مساو لنصف قطر الكرة الصغرى لان
ارتفاع المخروط غير ليس وقاعدة الاول اعظم ۞ وليكن ايضا كرة
ودائرة عظمى يقع فيها وقطعة منها اصغر من النصف عليها ا ب
م ه والمركز ه ونعمل فيها شكلا متساوي الاضلاع زوجها وعليها
شكلا شبيها به فيكون اضلاعهما متوازية كل لنظيره ونرسم على الشكل
الذي عليها دائرة وتثبت قطر ح ر ونعيد الشكل فيتم الكرة والجسمان
ونقول نسبة سطح الجسم الذي على القطاع الى السطح الذي في نسبة
الضلع الى الضلع مثناة ونسبة الجسم مع المخروط الى الجسم مع المخروط
الى الجسم مع المخروط نسبة الضلع الى الضلع مثلثة ولنفرض
قطر دائرة م على سطح احد الاضلاع الذي على القطاع في القطاع
في الخطوط الواصلة بين الزوايا مع نصف قطر قاعدة ه ر فدائرة م
مساوية لسطح الجسم الاعظم لما مر في الشكل الحادي والاربعين ولتخرج
نصف قطر دائرة م على سطح احد الاضلاع الذي في القطاع في الخطوط
الواصلة مع نصف ا م فهي مساوية لسطح الجسم الاصغر لما بين في

ساد

لط

١٧٩

الشكل الثامن ما الثمين ونسبة احد السطحين الى الاخر بل احدى الدوائر
الى الاخرى كنسبة مربع ه ك الى مربع ا ل كما ذكره ونسبة الشكل
الثاني الاضلاع الى قطره التي هي ا م كنسبة مربع ه ك الى مربع ا ل
كنسبة دائرة م الى دائرة ن فاذن نسبة سطح المجسم الى سطح المجسم كنسبة
الشكل الى الشكل وكنسبة ه ك الى ا ل مثاه وليكن قاعدة مخروط
ن مساوية لدائرة م وارتفاعه لنصف قطر الكرة الصغرى فهذا المخروط
مساو للمجسم الذي على القطعة مع مخروط ر ه ر لما مر في الشكل الثالث
والاربعين وليكن قاعدة مخروط ع مساوية لدائرة ن وارتفاعه للعمود
الواقع من ن على ا ل فهو مساو للمجسم الذي في القطعة مع مخروط ر
ع كما تبين في الشكل الاربعين ولان نسبة ه ك الى نصف قطر الكرة

الصغرى كنسبة ا ل الى العمود الواقع من ن على ا ل كانت نسبة ك
الى الكنسبة نصف قطر دائرة ن يكون مخروط ع مساويا لمخروط ن

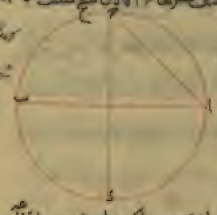
احدهما الى الاخر كنسبة القطر الى القطر بل كنسبة ه ك الى ا ل مثلثة
بالكرية لك ما ارمناه اقول انما يكون نسبة سطح المجسم الاعظم
الى سطح المجسم الاصغر كنسبة مربع ه ك الى مربع ا ل لانا اذا وصلنا
خط ر ك كان مثلثا ر ك ا ر ك ه متشابهين ونسبة ه ك الى
ا ل كنسبة ر ه الى ر ا اعني كنسبة ر د الى ا م بل كنسبة نصف القطر الى
نصفه وكنسبة كل واحد من الخطوط الواصلة بين الزوايا الظاهرة
الواصلة بين الزوايا وكنسبة الجميع الى الجميع فاذن السطح الذي يحيط
بر ه ك مع الخطوط الواصلة ونصف ر جميعا شبيه بالسطح الذي يحيط
بر ا م مع الخطوط الواصلة ونصف ا م جميعا ونسبة السطح الى السطح
ه ك الى ا ل مثاه وكنسبة مربع ه ك الى مربع ا ل ∴ كل قطعة
كرة اقل من نصفها نصفها مساو لدائرة التي تساوي نصف قطرها
لثلثة الخارج من نقطة ولى القطعة الى محيط قاعدتها فليكن كرة دائرتها
العظمى ا ب ج وقاعدة قطعة منها دائرة قطرها ا ب وهي قاطعة لا ب ج على
قوائم وليكن نصف قطر دائرة ن مساويا لخط د ه فنقول سطح قطعة
ا ب ج من الكرة لمساوي دائرة ن ولا لا كان اما اعظم واما اصغر منها
وليكن اولا اعظم ونخرج من ن المركز ن ا ن ب ونصل ا ج فهما
شكلان متساويا الاضلاع زوجا متشابهان نسبة ضلع الذي

عليها الى الضلع الذي فيها المحدود نسبة القطعة الدائرة د كما مر في
الشكل الثالث وتم الجسمين فيكون نسبة سطح الجسم الذي عليها
الى سطح الجسم الذي فيها كنسبة الشكل الى الشكل اعني كنسبة الضلع
الى الضلع شاة للمر في الشكل المتقدم وتلك النسبة اصغر من نسبة
سطح قطعة الكرة الى دائرة د وسطح الجسم الذي عليها اعظم من سطح قطعة
الكرة لما مر في الشكل الحادي والاربعين سطح الجسم الذي فيها اعظم
من دائرة د وقد بان في
الشكل التاسع والثلثين
انه اصغر منها هذا خلف
وكذلك نبين ان سطح الكرة
لا يكون اصغر منها فهي
اذن مثلها وذلك ما اردناه ∴ وكذلك نحكم في كل قطعة كرة
هي اعظم من نصفها ان القطعة الكرة بسطح يحيط اب وليكن اج اعظم
من النصف وليكن القطر ب ولتقاطع اج قد على قوائم ونصل اب
اه وليكن نصف قطر دائرة ه مثل اب ونصف قطر دائرة ج مثل اج
فدائرة ج تساوي دائرتي ه و د ودائرة ج مساوية لسطح الكرة لان كل
واحد منهما اربعة امثال الدائرة التي قطرها اج لما مر في الشكل الخامس

والثلثين

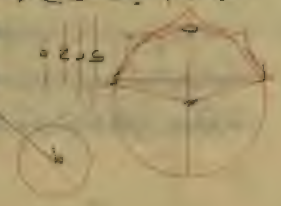
والثلثين والخمسين من الاصل ودائرة ه مساوية لسطح قطعة اب د
من الكرة كما مر
في الشكل المتقدم
بقي دائرة د
مساوية لسطح
قطعة اهد
العظمى من الكرة

وكذلك الحكم في نصف الكرة وليكن اج ه قطرين متقاطعين
على قوائم ونصل اه فيكون مربع اج مثلي مربع اه والدائرة التي نصف
قطرها اج مساوية لسطح الكرة لانها اربعة امثال دائرة اه وهي
سطح الكرة مثلا الدائرة التي نصف قطرها اه فاذن سطح نصف الكرة
مثلها وذلك ما اردناه اقول
ولنعد هذا فنحن الحق شكلا



∴ كل قطاع كرة يكون قطعة
الكرة منه اصغر من نصفها فهي
مساوية لمخروط قاعدته يساوي سطح القطعة من الكرة التي للقطاع وارتفاعه
يساوي نصف قطر الكرة فليكن دائرة الكرة العظمى اب د والمركز ج

وليكن قاعدة مخروط ط مساوية لسطح القطعة من الكرة وارتفاعه
مثل ب ح فنقول ان القطاع مساوية واذا كان اما اعظم منه او
اصغر وليكن اولا اعظم ونجعل نسبة خط ك الاول الى خط ه الاصغر
اصغر من نسبة القطاع الى مخروط ط كما مر في الشكل الثاني وليكن
خطا ب ح منهما على وجه يكون فضل ك على ز مثل فضل ز على ح وفضل
فضل ح على ه ونعمل على قطاع الدائرة ونسبة كثيرين عددا متلاصقا ب ح
متناسبين يكون نسبة ضلع الذي عليه الى ضلع الذي فيه اصغر من نسبة
ك الى ز كما مر في الشكل الثالث ونتمم الجسمين فيكون نسبة الجسم
الذي على القطاع مع مخروط راسه ح الى الجسم الذي فيه مع مخروط
كنسبة ضلع الشكل الى ضلع الشكل ثلثة كما مر في الشكل الثالث والا
ونسبة ضلع الشكل الى ضلع الشكل اصغر من نسبة ك الى ز فنسبة الجسم
الى الجسم مع المخروطين اصغر من نسبة ك الى ز مثلثة التي هي اصغر من
نسبة ك الى ه كما بينا التي هي اصغر من نسبة القطاع الى مخروط ط
فنسبة الجسم الذي على القطاع مع مخروطه الى الجسم الذي فيه مع
مخروطه اصغر كثيرا من
نسبة القطاع الى مخروط
ط والجسم الذي على



القطاع

القطاع مع مخروطه اعظم من القطاع فالجسم الذي فيه مع مخروطه
اعظم من مخروط ط وقد بان في الشكل الاربعين انه اصغر منه هف
ثم ليكن مخروط ط اعظم من القطاع ونجعل نسبة ه الى ز اصغر من نسبتهما
ونستانف العمل الى ان نبين ان نسبة الجسم الذي على القطاع مع مخروطه
الى الجسم الذي فيه مع مخروطه اصغر من نسبة مخروط ط الى القطاع
والجسم الذي على القطاع اعظم من مخروط ط كما مر في اخر الشكل
الثاني والاربعين فالجسم الذي في القطاع مع مخروطه اعظم
من القطاع هف فاذن القطاع يساوي مخروط ط وذلك ما
اردناه ∴ وليكن القطاع الذي قطعة الكرة منه اعظم من نصفها
يساوي المخروط الذي قاعدته مساوية لسطح القطعة العظمى وارتفاعه
مساو لنصف قطر الكرة وليكن دائرتها العظمى ا د ب ح والقطر ح د
والمركز ه ونعمد الى ح د بعمود ا ح ب ه فقطاع ا ح ب ه يساوي المخروط
الذي نصف قطر قاعدته ه ح وارتفاعه ح ه كما مر في الشكل المتقدم
وليكن ب ح نصف قطر دائرة ا ح ب ونصف قطر دائرة ك ز ونعمل
ط اربعة امثال دائرة ا ب ح فهو مثل سطح الكرة لما مر في الشكل الخامس
والثلثين ونرسم على دائرة ط ح ك مخروطان ارتفاعاتهما مثل نصف
قطر الكرة ويكون مخروط ط مساويا للكرة كما مر في الشكل المذكور

والثلثين
ومخروط ح
لقطاع ا ه
ب ه لما
في الشكل المعد
وبقي مخروط

ك الذي نصف قطر قاعدته ب ه وارتفاعه ه ر مساويا لقطاع
ب ه ا ه وذلك ما اردناه قال المقالة الاولى من كتاب الكرة
والاسطوانة المقالة الثانية من كتاب ارخميدس في الكرة
والاسطوانة صدر المقالة الى ذوسيثيوس من ارخميدس
سلام عليك قد كنت ابتدأت يا ذوسيثيوس فارسلت اليك كتابا
فيه مسايل مبرهنة وهي المسايل التي ارسلت مقدماتها الى ابولونيوس
فارسلنا اليك كتابي هذا الذي ذكرت فيها علومنا بينتها وانها
ان سطح كل كرة اربعة اضعاف اعظم دايرة يقع فيها وبعده ان سطح
قطع الكرة مساو للدايرة التي نصف قطرها يساوي الخط الخارج من
راس القطعة الى محيط دايرة قاعدتها وان كل اسطوانة محيط
بكرة ويكون قاعدتها مساوية لاعظم دايرة يقع فيها وارتفاعها

مساو لقطرها فنبين مثل ونصف تلك الكرة وسطحها مع قاعدتها مثل
ونصف سطح الكرة وان كل قطع كرة فهو مساو لمخروط قاعدته دايرة
مساوية لسطح قطعة الكرة التي من القطاع وارتفاعه مساو لمنصف
قطر الكرة فهذا ما ارسلته اليك ولما هذا الكتاب الذي افتتحته بنفيه
هذه العلوم اولا الطريق الى عمل كرة مساوية لاسطوانة او مخروط مفروضين
ب في بيان ان كل قطعة كرة فهي مساوية لمخروط قاعدته قاعدتها و
ارتفاعه خط يكون نسبته الى ارتفاع القطعة كنسبة نصف قطر
الكرة الباقية الى ارتفاع القطعة الباقية وحده ج في قسمة كرة
معلومة بسطح الى قسمين يكون نسبة سطحيهما نسبة مفروضة د
في قسمة كرة معلومة بسطح يكون نسبة قطعتيها نسبة مفروضة ه
في الطريق الى عمل قطعة كرة تساوي قطعة ويشبه قطعة من كرة
معلومة ز في الطريق الى عمل قطعة كرة تشبه قطعة كرة اخرى
معلومة وتساوي سطحها سطح قطعة معلومة من كرة اخرى ح في الطريق
الى فصل قطعة من كرة معلومة يكون نسبتها الى مخروط قاعدته قاعدتها
وارتفاعه ارتفاعها نسبة مفروضة ط في بيان ان الكرة اذا قسمت بسطح
الى قطعتين مختلفتين كانت نسبة اعظمهما الى اصغرهما اصغر من نسبة
سطحيهما مثناة بالتكرير واعظم من النسبة المولفة من نسبة سطحيهما

مثاه بالتكرير من النسبة التي اذا ثنيت بالتكرير كانت كنسبة
سطحيهما في بيان ان نصف الكرة يكون اعظم من كل قطعة كرة
يتساوى سطحاها سواء كانت القطعة اعظم من النصف او اصغر
فهذا ما قصدنا بيانه في هذه المقالة وقد بان مما تبين من المقالة الاولى
ان لنا ان نعمل كرة يساوي سطحها اعظم دائرة تقع في كرة اخرى معلومة
وذلك لانا بينا ان سطح الكرة اربعة امثال اعظم دائرة تقع فيها فهو الذي
نريد ان يساويه سطح الكرة المعلومة اذا قلنا اعملنا على نصف قطر الكرة
المعلومة كان سطحها مساويا لذلك وذلك بين مما مر في المقالة الاولى

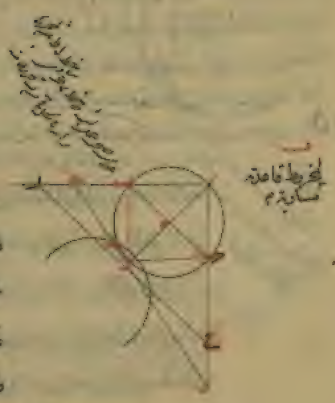
الشكل نريد ان نعمل كرة مساوية لاسطوانة معلومة وخطوط
معلومة وليكن الاسطوانة والخطوط المعلومة ا ب ج د ه ز ح ط
وليكن اسطوانة ح ز مثل ونصف ا اسطوانة ح ط مثل ونصف كرة
د وليكن ارتفاع ك ل مساويا لقطر الكرة فاسطوانة ه مساوية لاسطوانة
ك وعلى الكل في نسبة قاعدة ح ك الى قاعدة ح ط التي هي كنسبة مربع
ح ط كنسبة ارتفاع ك ل الى ارتفاع ه و وك ل المساوي لقطر الكرة
مساو لح ط وذلك لان سهم الاسطوانة التي هي مثل ونصف الكرة مساو
لقطرها ودائرة قاعدتها لاعظم دائرة تقع فيها لما تبين في ترتيب الشكل
السادس والثلثين من المقالة الاولى فنسبة مربع ح ك الى مربع ح ط

كنسبة ح ط الى ه و وليكن مربع ح ط مساويا لسطح ح ز فهو نسبة
ح ز الى ه و كنسبة مربع ح ز الى مربع ح ط التي هي كنسبة ح ط الى ه و
اذا بدلنا كانت نسبة ح ز الى ح ط كنسبة ه و الى ح ط ونسبة ح ز
الى ح ط كنسبة ح ط الى ه و فخطوط ح ز ح ط ه و متناسبة وكل واحد من ح
ز ه و معلوم فالمذان يناسبانهما فيما بينهما معلومان وتركيب ذلك على
ما نصف يجعل الاسطوانة والخطوط المعلومين ا ب ليكن الاسطوانة
التي قاعدتها دائرة ه وارتفاعها مثل ونصف ا ونأخذ خطين فيما
بين خطي ح ز ه ويناسبانهما وانا نذكر الطريق اليه وليكونا ح ط م
ن فيكون خطوط ح ز ح ط م ن ه و متوالية متناسبة ونعمل اسطوانة
قاعدتها دائرة قطرها ح ط وارتفاعها مساو لح ط وهو ك ل
فيكون مساوية لاسطوانة ه وذلك لان نسبة ح ز الى م ن كنسبة مربع
ح ز الى مربع ح ط التي هي كنسبة دائرة ح ز الى دائرة ح ط وكنسبة ح ط
اعني ك ل الى ه و فالقاعدتان مكافيتان للارتفاعين فالاسطوانتان
متساويتان على ح ط ك
كرة ب فيكون اسطوانة ح ك
ه ط مثل ونصفها ولذلك
يكون مساوية لا وذلك

ما اردناه اقول للتدبير ما في التوصل الى وجود خطين متناسبين لخطين
معلومين فيما بينهما طرق اكثرها يتيسر بتحريك الآلات وذلك بالعمل
اليدوي المناسب للنظريات هو الطريق المبني على بعض اصول
ابلونيوس المذكورة في كتاب المخروطات فاوردته ههنا رهاهو ليكن
ان اح خطين يريد ان نجد متناسبين لهما فيما بينهما ونجعلهما محيطين
بقائمة ا ب ح سطح ا ح المتوازي الاضلاع ونرسم عليه دائرة ا ب ح ونصل
قطري ا د ب ح فيتقاطعان على مركزه د ونخرج ا ح الى غير نهاية ونخرج
من د خط د ح موازيا لـ ا ب ح ويتصف على ح لقتاري خطي ا ح
ونرسم قطعا ما يمر بقطعة د ويكون خطا ا ح اللذين لا يتعانقان عليه
كما تبين في الشكل الرابع من المقالة الثانية من كتاب اصول المخروطات
لابلونيوس فليكن ذلك قطع ز ط فان كان خطا ا ح متساويين كان
قطر ا ح عمودا على ا ب على ح ح وكان ح مماسا للدائرة لكون ا ح عمودا
على ح ح ومماسا للقطع ايضا لقتاري خطي د ح ح كما تبين في الشكل الثاني
من المقالة الثانية منه والقطع لا يقطع الدائرة ويكون خطوط ا ب
ح د ا ح الاربعة متساوية لقتاية مثلثات ا ب ح ح د د ح ح
الثلثة وتناري ضلعي ا ا ح فيها فيكون خطا ح د د ح متساويين
خطي ا ا ح المتساويين وتناسب الاربعة واما اذا اختلفا وليكن

ا ح اطول

اب اطول من ا ح المختلفين يخ قائما الدائرة فيما بين ح ح ليكون زاوية
ا ح ح المساوية لزاوية ا ح ح حادة ووجبان قطع القطع الدائرة
والا لوقع فوس ط ء من الدائرة فيما بين القطع وخط ح ح المماس لها حينئذ
يمكن ان يقع فيهما خطوط مستقيمة يوصل بين نقطة ز واي نقطة
تفرض على فوس ط ء وهذا محال لما تبين في الشكل الثاني والثلثين
من المقالة الاولى من كتابه ولا يمكن ان يتقاطعا على اكثر من نقطتين
لتقابل انحدابهما كما تبين في الشكل الثلثين من المقالة الرابعة من كتابه
ولتقاطعان على نقطتي ز ط ونصل ز ط ونخرجه الى ك ل اقول فخطا
ز ب ك ه المطلوبان وذلك لانهما على متساويان لما تقرر
في الشكل الثامن من المقالة الثانية من كتابه فخط ط ك في ك ز تساوي
سطح ا ك في ك ح لخروج ك ط ك ا من نقطة ك الى الدائرة قاطعين اياها
وكذلك سطح ز ك في ك ب يساوي سطح ا ك في ك ح فسطح ا ك في ك ز يساوي
سطح ا ك في ك ح ويكون نسبة ا ك الى ا ك كنسبة ز ك الثاني الى ك
الثالث ونسبة ا ك الى ا ك كنسبة ز ك اعني ا ب الاول الى
ز ك الثاني لقتاية مثلثي ا ك ح ز ك ب وكنسبة ك ز الثالث
الى ك ه اعني ا ح الرابع لقتاية مثلثي ا ك ب ك ح فاذن ز ب
ا ح فيما بين خطي ا ح خطي ز ب ك ه متناسبين لما اردنا ايجاده



كل قطعة كرة مساوية
لقاعدة القطعة وارتفاعها
خط يكون نسبته الى ارتفاع
تلك القطعة كنسبة نصف
قطر الكرة وارتفاع القطعة الباقية

مجموعين الى ارتفاع القطعة الباقية وحدها وليكن اح قطر
اعظم دائرة يقع على كرة تمار لتقسم الكرة بسطح يقع على دائرة اه على
قوائم ويمر بخطي اد وليكن المركز ط ونجعل نسبة طا اه مجموعين
الى اه كنسبة ده الى اح ونجعل نسبة طح حه جميعا الى حه
كنسبة كه الى اه او نعمل على الدائرة التي قطرها اد مخروطي
ب كد وزد كه فاقول ان مخروط ب كد مساو لقطعة ب ح
من الكرة ب ح د اح ح ا وان مخروط ب كد مساو لقطعة
ساوسها ونصل خطوط ب ط د ح ن د وليكن قاعدة مخروط م
مساوية للدائرة التي يساوي سطح قطعة ده ح من الكرة فيكون
نصف قطرها ساويا لب ح كما مر في الشكل الرابع والاربعين من
المقالة الاولى وليكن ارتفاعه مثل نصف قطر الكرة فمخروط
م يساوي قطاع ده ح ط لما تبين في الشكل السابع والاربعين من

المقالة

المقالة الاولى ولان نسبة ده الى اح كنسبة طا اه مجموعين الى
اه يكون بالفصل نسبة ده الى ده كنسبة طا الى اه وبالابدال
نسبة ده الى طا اعني طح كنسبة ده الى اه وبالتركيب نسبة ط
الى طح كنسبة ح ا الى اه ونسبة ح ا الى اه كنسبة مربع حب الى
مربع ده فنسبة ب ط الى طح كنسبة مربع حب الى مربع ده وحب
مساو لنصف قطر الدائرة م وده نصف قطر الدائرة التي قطرها اب
وب ط ارتفاع معين وب ك المجسم ط ح ارتفاع مخروط م فنسبة
ارتفاع معين وب ك المجسم الى ارتفاع مخروط م كنسبة مربع نصف
قطر دائرة م الى مربع نصف قطر دائرة ب وبل كنسبة قاعدة مخروط
م الى دائرة ب التي هي قاعدة مخروطي المعين المجسم على الكافي فيعين
وب ك المجسم ومخروط م متساويان وكان مخروط م مساويا لقطاع
ب ح ط فمعين وب ك وقطاع ب ح ط متساويان وكان مخروط المعين
م الى دائرة ب التي هي قاعدة مخروطي المعين المجسم على الكافي
فمعين وب ك المجسم ومخروط م متساويان وكان مخروط م مساويا
لقطاع ب ح ط فمعين وب ك وقطاع ب ح ط متساويان لكن
ونلقي مخروط ط ا المشترك يبقى قطعة كرة ب ح مساوية لمخروط
ب كد وبمثل ذلك يتبين ان مخروط ب كد مساو لقطعة كرة ب

نقول لان نسبة كه الى اه كنسبة طح الى حه مجموعين الى حه

فبالتفصيل نسبة ك الا اه كنسبة طح الى حه وبالابدال

نسبة ك الا طح اعني ط اكنسبة اه الى حه وبالتركيب

نسبة كط الى ط اكنسبة اح الى حه ونسبة اح الى حه كنسبة

مربع اب الى مربع به وليكن نصف قطر دايرة د

مثل خط اب فهي مساوية لسطح قطعة كرة ب اب ونحمل عليه

مخروطا ارتفاعه نصف قطر الكرة فيكون القطاع الذي عليه ب ط

مساويا له ولان نسبة كط الى ط اكنسبة مربع اب نصف

قطر دايرة د الى مربع به نصف قطر دايرة ز الى مربع به نصف قطر

دايرة ت بل كنسبة دايرة ق الى دايرة ت وط ارتفاع مخروط

قرة ك ارتفاع

مجسم ب ط ر ك قائما

مخروط د ومجسم ب ط

ر ك مكافئين لارتفاعهما

وكان مخروط د مساويا

لقطاع ب ط ر المجسم

ر ك وقطاع ب ط ر لتساويان وزيد عليهما مخروط ب ط ر ك

ب ك مساويا لقطعة كرة ت او وهنا لك استبان ان نسبة

كل قطعة كرة الى المخروط الذي قاعدته قاعدتها وارتفاعه ارتفاعها

كنسبة نصف قطر الكرة مع ارتفاع الباقية الى ارتفاع القطعة

الباقية وذلك لان نسبة قطعة كرة د ح ر اعني مخروط ب ر ك

مخروط د ح ر كنسبة ارتفاع ح ر الى ارتفاع ح ه التي هي كنسبة

ط اه مجموعين الى اه وحده وكذلك في القطعة الاخرى او نبين

هذا الحكم بوجه اخرى وهو ان نبين ان مخروط ر ك ر مساويا

لقطعة كرة ت ر وليكن قاعدة مخروط د مساوية لسطح الكرة و

ارتفاعه لنصف قطر الكرة فيكون المخروط مساويا للكرة لما في

الشكل السادس والثلثين من المقالة الاولى ويكون اربعة امثاله

مخروط قاعدته مساوية لاعظم دوائر الكرة وارتفاعه نصف قطرها

ولان نسبة ط اه الى اه كنسبة ده الى ه ح فاذا فصلنا ثم ابدلنا

يكون نسبة طح الى ح ه كنسبة اه الى ح ه واعظم لان نسبة كه الى اه

كنسبة طح ح ه معا الى ح ه فاذا فصلنا ثم ابدلنا الى ط اكنسبة

كانت نسبة ك الا ط بل الى ط اكنسبة اه الى ح ه التي هي كنسبة

طح الى ح ه ونسبة ك الا ط اكنسبة طح الى ح ه وبالتركيب نسبة

كط الى ط اكنسبة طه الى ح ه ونسبة كه الى ط كنسبة كط

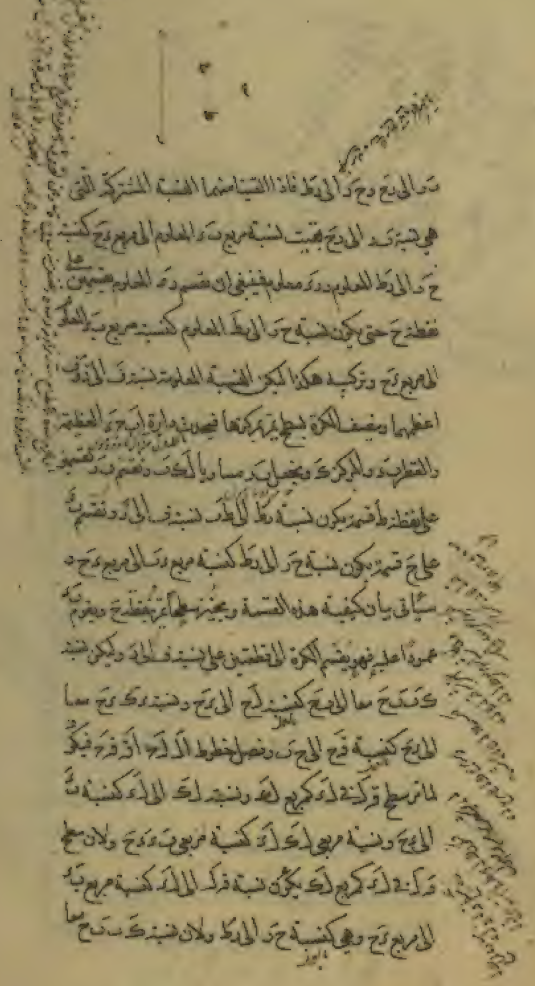
الى ط او سطح كد في ط اسا وسطح ركا في ط كد وايضا لان نسبة كد ط
الى ط ه كنسبة ط د الى ه ح فاذا البدلنا كانت نسبة كد ط الى ط د كنسبة
د ح الى ح ر وكانت نسبة ط د الى د ح كنسبة ا ه الى ه ح فنسبة
كد ط الى ط ا كنسبة ا ه الى ه ح ونسبة مربع كد الى سطح كد ط في ط
كنسبة مربع ا ح الى سطح ا ه في ه ح وكان سطح كد ط في ط د كسطح كد
في ط ا فنسبة مربع كد الى سطح كد في ط ا التي هي كنسبة د ح الى
ط ا كنسبة مربع ا ح الى سطح ا ه في ه ح اعني نسبة مربع ا ح الى مربع ه
د ا هو نصف قطر دائرة د ح فنسبة مربع نصف قطر دائرة د ح الى مربع
ه د اعني نسبة دائرة د ح الى دائرة ه د وكنسبة كد ارتفاع معين
د ك الجسم الذي ط ا ارتفاع مخروط ثم فمخروط م اعني الكرة مساو لجسمين
د د ك الجسم وقد تبين ان قطعة د ح من الكرة مساوية لمخروط ب د
د يبقى قطعة ك منها مساوية لمخروط د ك وذلك ما اردناه
زيادة بين كيف نقسم كرة معلومة بسطح بقسمين يكون نسبة سطح
احد القسمين الى سطح القسم الاخر كنسبة مفروضة فليكن دائرتها
العظمى ا ب ه وقطرها ا ب ولنقسم عليها سطح على قوايم يكون فصلها
المشترك ه ح ونصل ا ح ب ح فلان نسبة سطح قطعة كرة ه ا ح الى
سطح قطعة كرة ب ه ح هي المفروضة وسطح ا ح مساو لدائرة نصف قطرها

ا ح وسطح

ا ح وسطح قطعة ب ح مساو لدائرة نصف قطرها ب ح لما تبين في
الشكلين الرابع والاربعين من المقالة الاولى وهيئتها ليست مربع ا ح
الى مربع ب ح اعني نسبة ا ح الى ح ب فنسبة ا ح الى ح ب هي النسبة
المفروضة ولذلك نعبر بقطر ح من خط ا ب معلوم ونقيم على
سطح ا ب سطحا على قوايم بخط ه ح فينقسم الكرة ه ح تركيبه هكذا
نجعل الدائرة العظمى من الكرة دائرة ا ب ه والقطر ا ب النسبة المفروضة
نسبة ح ا الى ح ب ونقسم ا ب على تلك النسبة فينقسم على ح ويكون نسبة ا ح
الى ح ب كنسبة ب ح الى ح ا ونقسم الكرة بسطح غير على ح ويقوم على سطح دائرة
ا ب فيكون فصلها المشترك ه ح ونصل ح ا ح ب ونصل ح ه ح ا ح ب
دائرة ط مساو لخط ا ح ونصف قطر دائرة ك مساو لخط ح ب فدائرة
ط مساوية لسطح قطعة كرة ه ح ا ودائرة ك مساوية لسطح قطعة كرة ه ح ب
لما في الشكلين الرابع والاربعين والخامس والاربعين من المقالة
الاولى ولان ذلك
ا ح ب قائم فخط ح
عمود يكون نسبة ا ح
الى ح ب التي هي كنسبة
ب ح الى ح ا كنسبة مربع

الى مربع ب ا التي كنسبة دائرة ط الى دائرة ح بل كنسبة سطح مقطع كرة
د ا الى سطح مقطع كرة ب ح وذلك ما اردناه ٭ زيد ابن بين
كيف قسم كرة معلومة بقسمين يكون نسبة احدهما الى الاخر كنسبة
معلومة فليكن الكرة ا ب ح د وليكن مقسم بسطح يمر بخط ا ح الى
تطبيق ا د ح ب نسبتها النسبة المذكورة وينصف الكرة بسطح
يمر على المركز ويقسم على السطح المذكور على قوائم فيحدث دائرة ا ب ح د القطر
وليكن المركز ه د القطر ب ح ويجعل نسبة ه د د ح جيبا الى ح
كنسبة ق ح الى ح ب ونسبة ل ح الى ح كنظيرتها ونصل خطوط ا ل ا ح
ا ق ق ح فخروط ا ح مساو لمقطع كرة ا د ح وخروط ا ق ح المباين
في الشكل الثاني من هذه المقالة ونسبة مخروط ا د ح الى مخروط
ا ق ح معلومة وهي كنسبة ل ح الى ح ه لاشتراكهما في القائمة فلان
نسبة ل ح الى ح ه كنسبة ه د الى د ح جيبا الى ح فاذا فصلنا ق ح
ابدلنا كانت نسبة ل ح الى ه د كنسبة ق ح الى ح ب فلان نسبة ق
ح الى ح ب كنسبة ه د الى د ح جيبا الى ح فاذا فصلنا ثم ابدلنا
خالفنا كانت نسبة ق ح الى ح ه كنسبة ه د اعني ه د الى د ب فنسبة
ل ح الى ح ه كنسبة ه د الى د ب وبالخلاف
نسبة ق ح الى ح ه كنسبة ه د الى د ب فاذا ركبنا ثم ابدلنا ثم ركبنا

كانت نسبة ق ح الى ح ا كنسبة ه د الى د ا فنسبة ق ح الى
مساو لمربع ه د ونسبة ق ح الى ح ا كنسبة مربع ه د الى مربع ا ح
ولان نسبة ل ح الى ح ه كنسبة ق ح الى ح ا فاذا خالفنا ثم ركبنا
كانت نسبة ه د الى د ا كنسبة ه د الى د ح ونسبة مربع ه د الى
مربع ا ح كنسبة مربع ه د الى مربع د ح ولان نسبة ل ح الى ح ه
كنسبة ه د الى د ح معا الى ح فاذا فصلنا يكون نسبة ل ح الى ح
كنسبة ه د الى د ح وليكن ه د مساويا ل ه د فيقع ح خارجا عن ه
لان نسبة ه د الى د ح كانت كنسبة ق ح الى ح ب و ق ح اعظم من
ح ب فنسبة ل ح الى ح كنسبة ق ح الى ح ب ونسبة ل ح الى ح
كنسبة ه د الى د ح ولان نسبة ق ح الى ح هي المعلومة فنسبة ق
الى ح معلومة وهي مؤلفة من نسبتي ق ح الى ح ه و ه د الى د ح وكانت
نسبة ق ح الى ح ه كنسبة مربع ه د الى مربع ا ح بل نسبة مربع ب ه
الى مربع ح ح ونسبة ل ح الى ح كنسبة ب د الى د ح فنسبة ق ح الى
ح ح مؤلفة من نسبتي مربع ه د الى مربع ح ح و ه د الى د ح وليكن
نسبة ق ح الى ح ح كنسبة ه د الى د ط فهي ايضا معلومة وخط ه د معلوم
فخط ط معلوم ونسبة ه د الى د ط مؤلفة من نسبتي مربع ه د الى
مربع ح ح و ه د الى د ح وايضا فنسبة ب د الى د ط مؤلفة من نسبتي



ب ز الى ب ح و ح ز الى ز ط فاذا القينا منهما النسبة المشتركة التي
هي نسبة ز ب الى ب ح بقيت نسبة مربع ب ز المعلوم الى مربع ب ح كنسبة
ح ز الى ز ط المعلوم و ز ط معلوم فينبغي ان نقسم ب ز المعلوم ضعيفين على
نقطة ح حتى يكون نسبة ح ز الى ز ط المعلوم كنسبة مربع ب ز المعلوم
الى مربع ب ح وتركيبه هكذا ليكن النسبة المعلومة نسبة ز ف الى ز ب
اعظمهما ونصف الكرة بسطح يمر بمركزها فيحدث دائرة ا ب ج ز المنطقة
والقطر ب د والمركز ه ونخرج ب ه مساويا لـ ه د ونقسم ب د بنصفين
على نقطة ط فيكون نسبة ز ط الى ط ب نسبة ز ف الى ز ب ونقسم ز ب
على ح قسمين يكون نسبة ح ز الى ز ط كنسبة مربع ز ب الى مربع ب ح و
سيأتي بيان كيفية هذه القسمة ونخرج من ط عمودا على ب د ونخرج ب ح ونقيم ب ك
عمودا عليه فهو ينصف الكرة والخطين على نسبة ز ف الى ز ب ويكون نسبة
ك ب ح معا الى ب ح كنسبة ز ح الى ب ح ونسبة ز ك الى ب ح معا
الى ب ح كنسبة ز ح الى ب ح ونصل خطوط ا ز ا ح ا ز ز ح فيكون
لما ز سطح ز ك في ز ك كمربع ا ك ونسبة ا ك الى ا ز كنسبة ز ك
الى ب ح ونسبة مربعي ا ك ا ز كنسبة مربعي ز ك ب ح ولان سطح
ز ك في ز ك كمربع ا ك يكون نسبة ز ك الى ا ز كنسبة مربع ا ك
الى مربع ز ح وهي كنسبة ح ز الى ز ط ولان نسبة ك ب ح معا

الى ب ح

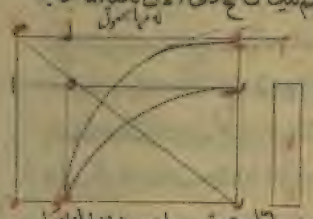
الى ب ح كنسبة ا ح الى ح ز وب ك مساو لـ ا ب يكون نسبة ز ح
الى ح ب كنسبة ا ح الى ح ز واذا قلبنا كانت نسبة ز ح الى ز ب
كنسبة ح ا الى ا ز واذا خالفنا كانت نسبة ب ز الى ز ح كنسبة
الى ح ا وكانت نسبة ز ح الى ز ط كنسبة ز ا الى ا ز فبالمساواة
والضربة نسبة ب ز الى ز ط كنسبة ز ا الى ا ح واذا فصلنا ثم خالفنا
كانت نسبة ا ح الى ح ز كنسبة ز ط الى ط ب اعني نسبة ز ف الى ز ب

ونسبة ا ح الى ح ك
كنسبة مجموع ا ح
الى مجموع ا ح ح ل
كنسبة قطعة كرة ا ح
الى قطعة كرة ا ح ب الى قطعة كرة ا ح د كما مر فاذن نسبة القطعتين
نسبة ز ف الى ز ب وذلك ما اردناه اقول ولنشتغل ببيان كيفية
قسمة خط ز ب المعلوم على ح قسمة يكون نسبة ح ز الى ز ط المعلوم
كنسبة مربع ز ب المعلوم الى مربع ز ح ومرجعه الى قسمة ز ب المعلوم
قسمة يكون نسبة احد قسميه الى الخط معلوم كنسبة سطح معلوم الى
ربع القسم الاخر وقد ذكره ارطوقوس الاسقلاني في شرحه لهذا
الكتاب ان ارشميدس وعد بيان ذلك في كتابه هذا ولم يوجد في شي

من الفتح ما وجده طاف لك سالك كل واحد من ديوسوذ ودس
ودبو فليس بعده طريقا غير الذي سلكه هرفي هذا الكتاب الى
قسمة الكرة بقسمين على نسبة مفروضة قال وانا وجدت في
كتاب يعقوبي اشكالا مستغلقه جدا الكرة ما فيه من الخطا وما
في الاشكال من التحريف بسبب جهل الناسخين وكان فيه الفاظ
من لغة ذريس التي كان ارخميدس يجب استعمالها واصطلاحات
لم يخاصة كما كان يعبر عن القطع المكافي والزايد بالقايم الزاوية
والمنفرج الزاوية فواظبت عليه الى ان تقرر لي هذه المقدمة
وهي هذه اذا كان خطان معلومان عليهما اب اه وسطح معلوم
ده واردنا ان نقسم اب على ه قسمة يكون نسبة سطح د الى مربع ك
كنسبة اه الى اب فلنفصل كان ذلك قد كان ولنخرج اح عمودا على
وفصل حه ونخرجه ومن ب خطا موازيا لاح فيلقيان على د ونخرج
حج وط موازيين لاب وج او من ه ك موازيا لج فيتم شكل وح
طح المتوازي الاضلاع ونخرج حج ونجعل لح في ح م مساويا
لسطح د فنسبة سطح د الى مربع مد كنسبة ه الى اح اعني لنسبة حج
الى ح ا التي هي كنسبة مربع حج الى سطح حج في ح ز فنسبة مربع
حج الى سطح حج في ح ز كنسبة سطح د ه ب اعني مربع ك د وانا

ابدلنا كانت نسبة مربع حج الى سطح ز اعني الى سطح حج في ح م التي
هي كنسبة حج الى ح م كنسبة حج في ح ز الى مربع ك د واذا جعلنا
ح ز ارتفاعا مشتركا لخطي حج ح م كانت نسبة سطح حج في ح
الى سطح ح م في ح ز كنسبة سطح حج في ح ز الى مربع ك د فسطح ح
في ح ز الى سطح ح م في ح ز كنسبة سطح حج في ح ز الى مربع ك د
فسطح ح م في ح ز مساو لمربع ك د واذا رسمنا قطعا مكافيا على ح
ا ومر بنقطة ح وكانت خطوط ترتيبه قوائم على السطح المضاف الى
ح م كما ذكر في الشكل الثاني والخمسين من المقالة الاولى من كتاب
ابلونيوس مر ذلك القطع بنقطة ك فكان معلوم الوضع لان
ح م الذي يحيط مع حج المعلوم بسطح معلوم معلوم فنقطة ك معلومة
الوضع وليكن القطع ك ط ولتم سطح ط ل مساو لسطح م ح فنقطة ط
ك لكانت في ح واذا رسمنا قطعا زايدا يمر بنقطة ب ويكون الطان
اللذان لا يقع عليه خطي ح ط ح ح كما ذكر في الشكل الرابع من المقالة الثانية
من كتاب ابلونيوس مر ذلك القطع بنقطة ك ايضا فكان لما تبين في
عكس الشكل الثاني من المقالة الثانية منه وهذا القطع ايضا معلوم
الوضع لكون خطي ح ط ح ح ونقطة ب معلومة الوضع ويكون القطع
ب ك ونقطة ك على تقاطعين مكان وزايد معلومي الوضع فهي

معلومة الوضع ولكن القطع د ك فنقطة ك هي نقطتين مكانية
وزايد معلومي الوضعين فهي معلومة وخط ك ه هو وتهما على
ان المعلوم الوضع فنقطة ه معلومة ولما كانت نسبة ا ا الى ا ح المعلوم
كنسبة سطح ر المعلوم الى مربع ه ر كان الجسم الذي من مربع ه ب
في ا مساويا للجسم الذي من سطح ر في ا ح لان قاعدتيهما مكافيتان
لارتفاعيهما



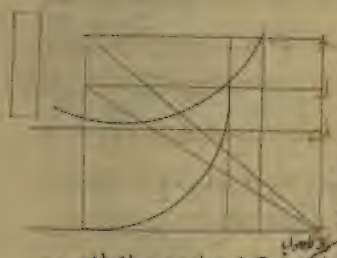
واعلم ان خط
د ه اذا كان ضعف
ه ا كان مربع ب
في ا اعظم من مجسم مربع اي احدي نسبتين اخريين فرض الخطان
في باقيه من الخط على ما سنبينه فلذلك يجب اذا كان الحكم كليا ان
يشترط ان لا يكون المجسم الحاصل من الخط المعلوم في السطح المعلوم
اعظم من المجسم الحاصل من ثلث الخط في مربع ثلثيه وتركيب ذلك
هكذا ليكن الخطان ا ا ح والسطح ر ونريد ان نقسم ا ب بنقطة ك
بحيث يكون مجسم خط ا ح في سطح ر اعظم من مجسم ثلث خط ا ب في مربع ثلثيه
كانت قسمة الخط على تلك النسبة غير ممكن لما وعدنا بيانه وان
كان مساويا له كانت القسمة على النصف وذلك لان المجسمات

مساويا لمجسم الخط المقسوم في مربع القسم الاخر فان كان مجسم خط ا ح في سطح ر

المتساوية

المتساوية زواياهما مكافية لارتفاعاتها فيكون نسبة سطح ر الى مربع
ثلثي الخط كنسبة ثلث الخط الى ا ح وهو المطلوب ان كان اصغر منه
فلنفرض ط ح المتوازي للاضلاع بخطوط كما كان ولان مجسم سطح ر
في ا ح اصغر من مجسم مربع ب ه فهو ا نسبة ا ح الى ا ا كنسبة سطح ر
الى سطح اصغر من مربع ب ه الذي هو مثل د ك وليكن كنسبة سطح ر
الى مربع ر ح وليكن ح ح في ح م مساويا لسطح ر نسبة ه ا الى ا ح
اعني نسبة ح ح الى ح ر التي هي كنسبة مربع ح ح الى سطح ح ح في ح ر
كنسبة سطح ح ح في ح م الذي هو سطح ر الى مربع ر ح واذا ابدلنا كانت
نسبة مربع ح ح الى سطح ح ح في ح م بل نسبة ح ح الى ح م التي هي نسبة
سطح ح ح في ح ر الى سطح ح م في ح ر وكنسبة سطح ح ح في ح ر الى مربع
ر ح فسطح ح م في ح ر مساو لمربع ر ح ونقسم قطع ح ب ر ح المكافي
ثم بنقطة ح ويكون سهم ح ر وضلعه القائم ح م فهو يمر بنقطة ه
لما تقدم سطح ا ح ا ا منا وبان وهما من ط ك في ك ا ح ح ب
في ب ا لازمين لخطي ح ط ح ح فنرسم قطع ت ب ر ك الزايد ثم بنقطة ك
ويكون الخطان اللذان لا يقعان عليه ح ط ح ح فهو يمر بنقطة ك
لما تقدم ويتقاطع الخطان على ب ونخرج من ب عمود ب ع على
ا ب فهو يقسم خط ا ب على ع القسمة المطلوبة وينفذ ب ر ونخرج من
ع الى القسم

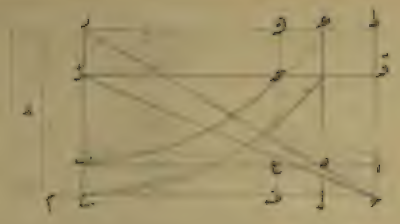
تر خط تر قر مرا ذ باك اولان خطى تر قر تر ف خارجان من نقطه
من القطع الزايد الى المخطين اللذين لا يقعان عليه ومرا زايان لخطى ب
ا ح لخارجين من نقطه اخرى منه اليهما يكون سطح ذ ف مساو لسطح
ا ح لما بين فى الشكل الثانى عشر من المقالة الثانيه من المخروطات
ويكون لذلك



سطح ق ع مساو
لسطح ع ح د اذا
وصلنا ح تر
بقطع نسبة
ع الى ا ح كنسبة

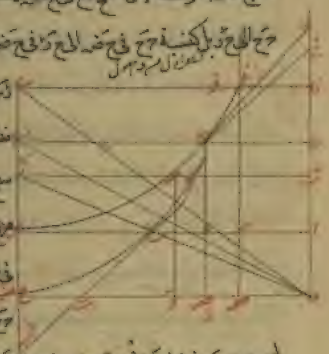
تصحيح

ح ح الى ح د بل كنسبة ح ح فى ح م المساوى لسطح ذ الى ا ح فى م
المساوى لمربع تر لكون ح تر هى قطعا مكافيا بل لمربع ب ع فاذن
نسبة ع الى ا ح كنسبة سطح ذ الى مربع ب ع وذلك ما قصدناه ٥
وبعد بيان وجوب الشرط المذكور من ازى اضلاع ح ر ط ح مع
خطوط التسعيه كما كان وليكن نسبة ا ه ثلث الخط الى ا ح كنسبة
سطح ح ح فى ح م الى مربع ب ه ويكون مربع ب ه فى ه ا مساويا للمجسم
ح ح فى ح م فى ا ه لكون القاعدتين مكانتين للارتفاعين ونقول



هذا الجسم اعظم من كل مجسم يكون قاعدته مربع اي احد نسبين اخرين
كالمخروط او دقاعه القسم الباقي ونرسم قطعا مكافيا ثم نقطع ح ك يكون
سهمه ح ونصله القائم ح م وهو يمر بنقطة ك كما مر في الحل واذا
اخرج هذا القطع وصل الى الخط المواري لسهم القطع كما تبين في الشكل
السادس والعشرين من المقالة الاولى من المخروطات فليقطعه على ن
ونرسم قطعا زائدا يمر بنقطة ن ويكون المثلثان اللذان لا يقعان عليه
ح ط ح ح فهو ايضا يمر بنقطة ك كما مر في الحل ونخرج ن ح ونجعل ح ن
مساويا لـ ح ن ونصل ن ك ونخرجه الى ان يلقى ح ط على ح فهو يماس قطع
ح ك المكافي لما تبين في الشكل الثالث والثلثين من المقالة الاولى
من المخروطات وه ب كان مثل ه ا فوك مثلا ك ط ونسبة ب ك الى
ك ن كنسبة ك ط الى ك ح فن ك مثلا ك ح ونن ك مثلا ن ت
لان ن ك مثلا ن ح فت ك ك ح متساويان وخط ت ك ح يلقى
قطعا زائدا بتصفه فيما بين الخطين اللذين لا يقعان عليه فهو مماس
له لما تبين في عكس الشكل الثالث من المقالة الثانية منه فالقطعا
متماسان لهم على ك ولنخرج القطع الزائد في جانب ن ونعلم على خط
ن ه نقطة ع كيف وقعت ونجيز عليه خط ن ع س ه موازيا لخط ط ح الى ان
ينتهي الى القطع الزائد على س ونخرج من نقطة س خط ت س ه موازيا

لان يقطع المكافي على ه من اجل التقاطع الزايد وخطيه القائمين لا
يقعان عليه يكون سطحا ه ح في ح ج بل سطحا ب ع ج ح معا وبين واذا وصلنا
ه د ويقطع ع د ويربع د ه مساو لسطح ب ح في ح م من اجل القطع المكافي
ومربع د ه اصغر منه فليكن كسطح ب ح في ح ه ونسبة ع ا الى ا ه كنسبة
ح ج الى ج ه بل كنسبة ب ح في ح ه الى ج ح في ح ه المساوي لمربع



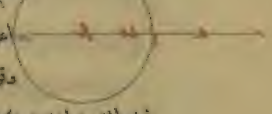
د ه اعني مربع ب ح
فنسبة ع ا الى ا ه كنسبة
سطح ب ح في ح ه الى
مربع ب ح ح ج في ح ه
فاذا اصغر من مجسم
ب ح في ح م فاذا كان
لمجسم مربع ب ه في خطه ا المجسم مربع ب ح في خط ع اصغر من مجسم مربع
ب ه في خطه ا ثم نعلم على خطه ا ايضا نقطة ز وكيف وقعت و
يتابع التدبير المذكور فيخرج خط ه ز وقد سوينا الخط الذي
يلقى القطع الزايد على ق لما تبين في الشكل الثالث من المقالة الثانية
من المخروطات ويخرج من ق خط ق ر يهوي اذا لا يقطع المكافي
على ع ويكون من اجل الزايد سطحا ه ز في ز ح بل سطحا ه ز وح معا مساويا

القطع

واذا وصلنا ح ز على نقطة ز يكون من اجل القطع المكافي مربع ح
ز مساويا لسطح ز ح في ح م فيكون مربع ق ز اصغر منه وليكن
كسطح ز ح في ح ه ونسبة ا ق الى ا ه كنسبة ح ج الى ج ه بل كنسبة
سطح ح ج في ح ه الى سطح ز ح في ح ه اعني مربع د ب المساوي لمربع
لمجسم ح ج في ح ه في ا م الذي هو اصغر من مجسم ح ج في ح م في ا م المساوي
لمجسم مربع د ه في خطه ا فاذن مجسم مربع ب د في خط ا وفاذن مجسم مربع
ب ح في خط ا اصغر من مجسم مربع ب ه في خطه ا وكذلك في سائر النقط فاذن
ح ما اردنا ونقول اذا كان معنا سطح وخط معلومان وكان مجسمهما
اصغر من مجسم ه في ا فانا ان نقسم ا ب على نقطتين قسمتين يكون

كل واحد منهما كما وصفنا
ونرسم لبيان ذلك خطا
مكافيا يكون سهمه ح
وقطره القائم ح ه
فيرتفع الى نقطة ز
واذا كان هذا القطع
يجب ان يلقى خط ه
ز الموازي لقطره ويجب ان يقطع القطع الزايد على نقطة اخرى فوق

نقطة ك فليقطع على ز د عمود د ز ويقسم ك على ح على الصفة المذكورة
ويكون ح نقطة مجسم مربع ب د وفي خط ب ا مساو لمجسم مربع د ح في خط ح ا
لما مر في الشكل المتقدم فينقسم الخط على نقطتي ح و ز من جهتي نقطة
قسمتين كما وصفنا ويكون الشكل على ما رسمنا وقد بقي علينا ذكر السبب
الذي لاجله لم يفرض ارشميدس للشرط المذكور وهو انه اثبت وضع قطر الكرة
ب د ونصفه د ه والخط المحلول به كله والسطح المعلوم مربع قطر ب د ونظر
فيه فانتهى التحليل به الى ان احتاج الى قسمة ه د على نقطة ز يكون على
النقطة كنقطة ح القسمة المذكورة وقد مر ان مجسم مربع السطح المعلوم
لو كان اعظم من مجسم مربع ثلثي الخط الذي يراد قسمته مطلقا في ثلثه
لامتنعت القسمة ولو كان مساويا لم تكن قسمة ه د تقع على نقطة ز
طرف القطر ولم يكن تلك القسمة نافعة فيما قصده فمن جهة ان المجسم المعلوم
كان هو مساويا مربع قطر الكرة في ه د الذي هو اقصر من ب د اعني كان اصغر
من مجسم مربع ثلثي الخط وان ارشميدس كان قد عين نقطة ح على القطر



فلم يقع لم يحتاج الى ذكر القسمين الاولين
اعني غير الممكن وغير النافع اللذين لم يكن
وقوعهما في الخط على الوجه الذي قصد قسمته
ثم ان القسمة الطارئة لما كانت ممكنة في خط ه د على نقطتين احداهما

ح

يقع فيما بين ه د والاخرى يقع فيما بين ه د وكانت الثانية مستحيلة
لكون الاولى جزءا نافعة ايضا فيما قصده لم يقل ارشميدس في التركيب انا
نقسم خط ه د مثلا بحيث لا يحتاج الى هذا التفصيل بل قال نقسم خط ه د على
ح قسمة يكون نسبة ح د الذي هو احد قسمي خط ه د الى ه د الذي هو الخط
المعلوم كنسبة مربع ب د الذي هو السطح المعلوم الى مربع ه ح الذي هو القسم
الاخر من خط ه د وان كان قد قال في الشكل انه ينبغي ان يقسم خط ه د القسمة
المذكورة لانه لذلك كان ما اتى به التحليل في الاول فاذن ظهر انه لم
يحتج على الوجه الذي اورده فيما كان محتاجا اليه الى ايراد تفصيل
شرط وذلك انه جعل الحكم خاصا بالصورة التي احتاج اليها ولم يورده
عاما على الوجه المحتاج الى الشرط والتفصيل طريقة نيروسوذوروس
في قسمة الكرة على نسبة مفروضة ليكن قطر الكرة المفروضة ا ب والنسبة
المفروضة نسبة ح د الى ه د والمطلوب قسمة الكرة بسطح يكون اعمدا
عليه قسمة يكون نسبة القطعة التي راسها الى القطعة التي راسها ب
كنسبة ح د الى ه د فنخرج د ا ونجعل ا د نصف د ا ونجعل نسبة د ا
الى ا ح نسبة ح د الى ه د ويكون ا ح عمودا على ا د ونأخذ خطا مساويا لخط
ر ا ح فيما بينهما وهو ا ك ويكون ا ك مساويا لا ح ونرسم على سهم ر ب
قطعا مكافيا تمر بنقطة ر ويكون ضلعه القائم ا ح فيمر بنقطة ك لان

مربع اط يساوي سطح راق في اح وليكن القطع دك ك فيخرج من ب خط
ب ك الى القطع موازيا لاط ونرسم قطعا ايضا بقطر ح ويكون الخطان
اللذان لا يتقاطعان عليه ب ك فهو قطع القطع المكافي فيما بين ك
ك وليقطعه على ل ويخرج من ل عمود ل م على اب فهو قطر فنقول ان التي
سميناها القطعين ويخرج من قطع ل خطي ح لز ل ح موازيين لاب
ولاح ل قطع زايد ر ك ر ج هما اللذان لا يتقاطعان عليه
وخطا ل م ل ح موازيان لهما وخارجان من القطع اليهما يكون سطح
اح في ح ه مساويا لسطح م ل في ل ح لما تبين في الشكل الثاني عشر
من المقالة الثانية من المخروطات وح ه مساو لاب ول ح مساو
لم ب فسطح ل م في م ب مساو لسطح اح في اب ونسبة ل م الى اح كنسبة
اب الى م ب ونسبة مربع ل م الى مربع اح كنسبة مربع اب الى مربع ب م و
مربع ل م يساوي سطح م ب في اح من جهة القطع المكافي فنسبة ب م الى اح
كنسبة مربع ل م الى مربع اح التي هي كنسبة مربع ب ا الى مربع ب م ونسبة
مربع اب الى مربع ب م كنسبة الدائرة التي نصف قطرها ب ا يساوي اب الى
الدائرة التي نصف قطرها ب م فنسبة الدائرة التي نصف قطرها اب الى
التي نصف قطرها ب م كنسبة ب م الى اح والمخروط الذي قاعدته الدائرة
التي نصف قطرها اب وارتفاعه اح مساو للمخروط الذي قاعدته الدائرة

التي نصف قطرها ب م وارتفاعه ح م لكون القاعدتين متكافئتين
ونسبة المخروط الذي قاعدته الدائرة التي نصف قطرها اب وارتفاعه
ا ر الى الذي قاعدته تلك القاعدة وارتفاعه اح كنسبة ا ر الى اح اعني
نسبة ح ه الى ه ر ونسبة المخروط الذي قاعدته الدائرة التي نصف قطرها
ب م وارتفاعه ب م الى الذي قاعدته الدائرة التي نصف قطرها ا ر وارتفاعه
ا ر كنسبة ح ه الى ه ر لكن المخروط الذي قاعدته الدائرة التي نصف قطرها
اب وارتفاعه ا ر مساو للكرة والمخروط الذي قاعدته الدائرة التي نصف
قطرها ب م وارتفاعه ب م مساو لقطعة الكرة التي بينهما فليكن ابتدا

ذلك نسبة ع م الى م ب
كنسبة ب م الى م ا فالمخروط
الذي قاعدته قاعدة هذه
القطعة من الكرة وارتفاعه
ع م مساو لقطعة الكرة
كما مر في الشكل الثاني من
هذه المقالة ولان نسبة ب م الى م ا كنسبة ع م الى م ب فبالابدال نسبة
ب م الى ع م كنسبة ا م الى م ب التي هي كنسبة مربع ب م الى م ب بل
كنسبة الدائرة التي نصف قطرها ب م الى الدائرة التي نصف قطرها

م ز فنسبة الدائرة التي نصف قطرها ق م الى الدائرة التي نصف قطرها
م ب فنسبة الدائرة التي نصف قطرها ق م الى الدائرة التي نصف قطرها
م ب كنسبة د م الى م ح والمخروط الذي قاعدته الدائرة التي نصف
قطرها ق م وارتفاعه م ح اعني القطعة التي رأسها ح من الكرة
سار للمخروط الذي قاعدته الدائرة التي نصف قطرها م ب وارتفاعه
ا م فقد ظهر ان نسبة الكرة الى القطعة التي رأسها ب كنسبة ح ه الى
ه د واذا فصلنا كانت نسبة القطعة التي رأسها ا وارتفاعها ا م
الى القطعة التي رأسها ب وارتفاعها ب م كنسبة ح د الى د ه فاذن
السطح المار بخط ق م يقسم الكرة القسمة المذكورة وذلك ما اردناه

ديوقليس

طريقة ديوقليس في كتابه في المرايا المحرقة في ذلك قال ليكن الكرة على قطر
ا ب ومركزها ه ولتقطعها السطح المار بخط ز د الى قطعتي ح ا ز ح ب د
ونجعل نسبة ه ا راسما الى ر ا كنسبة ط ا الى ا ب ونسبة ه ب د
معا الى ا ب كنسبة ح د الى د ا وقد تبين ان قطعة ح ا د
مساوية لمخروط قاعدته دائرة ح د وارتفاعه د ح وان قطعة ح ب د
مساوية لمخروط قاعدته تلك القاعدة وارتفاعه د ط وان نسبة
المخروطين كنسبة د ح الى د ط ثم انه لما اراد ان يقسم الكرة بقسمين
على نسبة مفروضة جعل النسبة ح الى د ط تلك النسبة وطول في

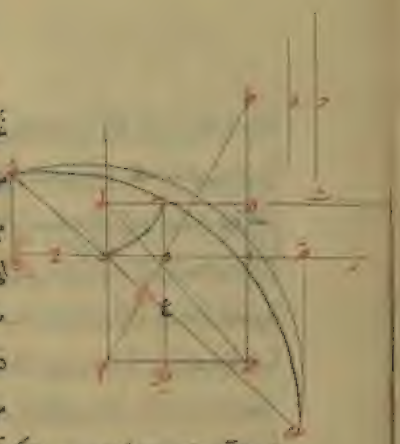
برهانه وصار به الى مقدمة لم يبينها في كتابه ونحن نقول اذا كانت
نسبة د ح الى د ا كنسبة ه ب ب د معا الى ا ب فاذا فصلنا كانت نسبة
ح ا الى ا د كنسبة ه ب الى ا ب

د ويمثل ذلك
نسبة ط ا الى ا د كنسبة ه ا
الى ا ا ثم فيكون الخط الذي يحصل بقسمة ا د على قسمة اذا ضم اليها
ا ح د ط صارت نسبة ح د الى د ط كنسبة مفروضة ونسبة ح ا الى ا د
كنسبة خط معلوم هو ا ا الى ا ب ونسبة ط د الى د ا كنسبة ه ا ثم الى
ر ا فليكن لوجود ذلك على طريق التحليل الخط المعلوم الوضع ا ب ولتقطعه
ا ز منه معلومين والنسبة المعلومة نسبة ح الى د وليكن قسمة
الخط على ه ولنضم اليه ر ا ح ب فتكون نسبة ز ه الى ه ح كنسبة ح الى
د ونسبة ر الى ا ا كنسبة خط ا ح المعلوم مثلا الى خط ه ز ونسبة
ح ب الى ه ز كنسبة ا ح ثم الى ا ه وليكن ب م مسار يا لا ح د ليقوما
عمودين على ا ب ونصل ك ه م ه ونخرجهما الى ان يلقيا ب م ا ح على
ل ط ونصل ك م ونخرج ل ه موازيا له ونخرج من ك ه ب موازيا
لا ح فلان نسبة ر الى ا ه كنسبة م ب الى ه ا بالفرض وهي كنسبة
ط الى ا ه فنسبة ر الى ا ه كنسبة ط الى ا ه فر اسا ر ط اوكذلك بين

ان ح ت مساو لـ ل ونسبة ط ا ا ه معا الى م ت ه كنسبة ك ا ا
ا ه الى ا ت ه معا لان نسبة كل الى نظيره كنسبة ا ه الى ه ت ولكن
كل واحد من ا ت ه مثل ك ا فضلع ط ا ا ه اعني ز ه في ل ب ب ه اعني
ح ه مساو لضلع ب ت ه اعني ز ه في ك ا ا ه اعني ف ز ولذلك يجب
اذا كانت ف ب بين ان يكون اخارجا عن ب ح ولان نسبة ح ا الى ز
كنسبة ز ه الى ه ح وهي كنسبة سطح ز ه في ه ح لنفي نسبة سطح ز ه
في ز ه الى مربع ه ح يكون نسبة ح ا الى ز كنسبة سطح ز ه في ز ه الى مربع
ه ح ويحصل ه ع مساويا لـ ب ب ويحصل ب ع ونخرجه في الجهتين و
نخرج عمود ز ش ز ت على ا ب الى ان يلقاها ب ع على ش ت ولان
ش ت ش ز على نقطة معلومة من خط ا ب المعلوم الوضع والخط معلوم
قائمة اعني زاوية ا ت ش فهو ايضا معلوم الوضع وهو الذي فرضت
الخارجين من نقطتين معلومتين من خط معلوم الوضع ليقعا
ش ت الذين هما تقاطع خطوط معلومة الوضع معلومتان والقدر
جميعا ونسبة ش ت الى ت ع كنسبة ت ا الى ا ه وبالتركيب نسبة
ش ع الى ع ت كنسبة ز ه الى ه ت ونسبة ب ع الى ع ت كنسبة ب ت
الى ه ت فبالمساواة المتقطة نسبة ش ع الى ع ت كنسبة ا ه الى ه ت ونسبة
سطح ش ع في ع ت الى مربع ع ت كنسبة سطح ز ه في ه ا الى مربع ه ت

واذا ابدلنا كانت نسبة سطح ش ع في ع ت الى سطح ز ه في ه ا الى
مربع كنسبة مربع ع ت الى مربع ه ت ومربع ع ت ضعف مربع ه ت
لان ب ع ضعف ه ت في الفرض فسطح ش ع في ع ت ضعف سطح ز ه
في ه ا فكانت نسبة سطح ز ه في ه ا الى مربع ه ح كنسبة ح ا الى ا ه
مربع ه ح مساو لمربع ش ع فنسبة ش ع في ع ت الى مربع ش ع كنسبة
ضعف ح ا الى ا ه وهي معلومة فنسبة ش ع في ع ت الى مربع ش ع معلومة
فاذا جعلنا نسبة ش ت الى ضلع آخر وليكن ث كنسبة ح ا الى
ا ه وربما تقاطعا فيصل يكون نظير الجانب ش ت وضلعه القائم
ث وزاوية خطوط ترتيبه زاوية ش ع ش ز التي هي نصف قائمة كما بين
في الشكل الثامن والخمسين المقالة الاولى من كتاب المخروطات
ش ز ذلك القطع بقطر ش ز اذا كانت نسبة مربع ش ع الى سطح ش ع
في ع ت كنسبة الضلع القائم الى القطر الجانب كما بين في عكس الشكل
الحادي والعشرين من المقالة الاولى من المخروطات وليكن ذلك قطع
ش ز ش ت ويكون معلوم الوضع لكون القطر والزاوية معلومتي الوضع
والقدر ولان خط ا ك خط سطح ا م يكون سطح ا ش في ش ز مساويا
لسطح ا ك في ب م فاذا رسمنا قطعا زائدا بقطر ت وكان المخطان
اللذان لا يقعان عليه كـ ط ا ك م كما بين في الشكل الرابع من المقالة

الثانية منه فرد الى القطع بنقطة ر كما تبين في عكس الشكل الثاني عشر
من المقالة الثانية منه ويكون القطع معلوم الوضع لان نقطة
ت وخط ا ب ت معلومة الوضع فيكون خطا ك ط ك م اللذان معلوما
الوضع وليكن القطع ر ت فنقطة ر على تقاطع تلك الخطين وذلك
معلوما الوضع فهي معلومة الوضع وقد اخرج منها عمود ر ه الى خط
ا ب المعلوم الوضع فنقطة ه معلومة وخطوط ا ه ه ب ا ب
ب ح معلومة للنسب المذكورة وتركيب ذلك هكذا ليكن الخط الذي
نريد قسمته ا ب والخط الاخر المعلوم ا ج والنسبة المفروضة نسبة ح
الى د ونخرج عمودي ا ك ب م المتساويين على ا ب ونصل ك م ونجعل
ا ه مساويين لا ك ونخرج عمودي ه ت ه ر ونجعل على ا ب من
من ا ب ضعف ما عند وهي زاوية ا ب ع ونخرج ب ع الى ف ونخرج من
العمودين ونجعل نسبة ر ت الى ت ف كنسبة د الى ضعف د ونرسم على
ر ت قطعا ناقصا يكون خطوط ترتيبه على قطر الجانب اعني ر ت
على ضعف قائمة وضلعه القائم ت د وهو قطع ر ت ر ت ونرسم قطعا
زائدا يمر بقطر ب ويكون الخطان اللذان لا يتقابلان عمودي ا ك م وهو
قطع ب ر فيقطع القطع الناقص وليكن على نقطة ر ونخرج من
ر على ا ب عمود ر ه فهو يقسم الخط على ما نريد ونثبته الى ف و



نخرج من ر ا ر ه
مخرجا الى ب ونصل
م ه ونخرج ع ا م ه
الى ان يلتقيا على ط
ونصل ع ه ا ه فخط
د ر فهو مساو لخط ا م
من جهة القطع الزائد

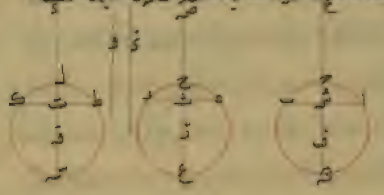
بل سطح د ر الى ط ت خط ا ه ك مستقيم وليكن ا ه مساويا لـ ا ه ا ه
ح مساويا لـ ا ك ت ولان نسبة ضعف ح ا ه ك كنسبة ر ت الى ت ف
التي هي كنسبة سطح ر ع في ع ت الى مربع ر ع ونسبة ر ت الى ت ع كنسبة
ت ب الى ب ه وبالتركيب نسبة ر ع الى ع ت كنسبة ت ه الى ه ب ونسبة
ت ع الى ع ت كنسبة ت ه الى ه ا فبالمساواة نسبة ر ع الى ع ت كنسبة
ت ه الى ه ب ونسبة سطح ر ع في ع ت الى مربع ع ت كنسبة سطح ر ه في ه ت
الى مربع ه ت واذا ابدلنا كانت نسبة سطح ر ع في ع ت الى سطح ر ه في ه ت
كنسبة مربع ع ت الى مربع ه ت ومربع ع ت ضعف مربع ه ت لان
ضعف ت ف القوة فسطح ر ع في ع ت ضعف سطح ر ه في ه ت وقد تبين
ان نسبة ضعف ح ا ه الى كنسبة سطح ر ع في ع ت الى مربع ع ت اعني مربع

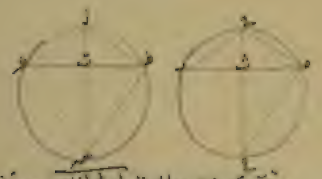
وح نسبة ح ا الى ك كنسبة سطح ا ه ز الى ز ح لان نسبة ح ا
ا ه اعني ز ه الى ا د اعني ز ح كنسبة ط ا ا ه اعني ز ه الى ح ز
اعني ز ط فيكون ز ه في ز ح مساويا لمربع ز ه في ه د ونسبة ح ا الى ك كنسبة
ز ه في ز ح الى مربع ز ح وبالتركيب ونسبة ز ح الى ا ب اعني م ز المساوي
لـ ح ا الى ا ب كنسبة ط ا ا ح اعني ز ا الى ا ه ونسبة ز ا الى ا ه كنسبة
ح ا الى ا ب وبمثل ذلك نبين ان نسبة ح ا الى ا ه كنسبة ح ا الى ا ب
وذلك ما قصدناه والشكل ح كان في الظل ولا نبين ما قدمناه فلنفرض
قطر الكرة وهو ا ب ط المركز وهو ح كما كان ا ز لا وليكن النسبة المفروضة
نسبة ك الى ل فنقسم ا ب على ز ضعفه يكون نسبة ح ز الى ز ط كنسبة ك
الى ل ونسبة ه ا الى ا ب كنسبة ا ح الى ا د ونسبة ه ا الى ا د كنسبة
ط ا الى ا ب كما قررناه فيخرج من ز عمود ح ز على ا ب ويرسم سطحا يمر بحد
ويكون ا ب عمودا عليه فينقسم الكرة الى قطعتين ونقول ان نسبتيهما اللتين
نسبة
المفروضة وذلك لان نسبة
ه ز الى ا ب كنسبة ح ا
الى ا د وبالتركيب نسبة
جميع ه ز ز د الى ا د
كنسبة ح ز الى ز ا فخروط ح ح ز مساو لقطعة ح ا ز ه وبمثل ذلك نبين ان

مخروط ح ط ا ه مساو لقطعة ح ك ز ونسبة المخروطين نسبة ح ز ط الى ح ز ا
وهي النسبة المفروضة فنسبة القطعتين هي النسبة المفروضة وهذا
جميع ما اورده ابلونيوس في هذا الباب نعود الى الكتاب
نريد ان نعمل قطعة كرة مساوية لقطعة كرة معلومة شبيهة بقطعة كرة
اخرى معلومة فليكن القطعتان المعلومتان ا ب ح ه ح وقاعدة قطعة
ا ب ح الدائرة التي قطرها ا ب وراسها ح وقاعدة قطعة ه ح ح الدائرة
التي قطرها ه ح وراسها ح ونريد ان نعمل قطعة مساوية لقطعة ا ب ح
وشبيهة لقطعة ه ح ح فليكن قطعة ط ك ل كما اردناه وليكن قاعدتها
الدائرة التي قطرها ط ك وراسها ل وليكن الدائرة التي لهذه الاكر
ا ه ح ه ح ح ط ز ح ك ل وليكن انظارها ح ح ح ز وهي لعمدة
على قواعد القطع وليكن المركز ف ن ف وليكن نسبة ف م م ن ز ما
الى م ن كنسبة ح ز الى ز ح ونسبة ز ح ح ن معا الى ح ن كنسبة
ح ن الى ح ح ونسبة ز ح ح ن معا الى ح ن كنسبة ح ن الى ح ح
وليكن خروطات قواعدها الدوائر المارة بك ه ز ط ك ورؤوسها ح ح ح
وهي مساوية لقطع كل واحد منها شبيهة لما فرضه الشكل الثاني من هذه المقالة
ولان قطعة ا ب ح مساوية لقطعة ط ك ل يكون مخروط ا ب ح مساويا
لمخروط ط ك ل وليكن قاعدتاهما مكافئتين لا تقاعيهما اعني نسبة دائرة

ان الدائرة ط ك بل مربع ان الى مربع ط ك كنسبة ر ت الى خ ز ولان
نقطة ك قطب شبيهة بنقطة كرة ط ك ل يكون محور طصره وشبها
لمحور ر ط ك كما سلف ذكره ونسبة صرت الى ا ر كنسبة ر ت الى
ط ك ونسبة صرت الى ا ر معلومة فنسبة ر ت الى ط ك معلومة ولكن
نسبة خ ز الى ز كنسبة ر ت الى ط ك المعلومة و خ ز معلوم فنسبة
ويكون نسبة ر ت الى خ ز اعني نسبة مربع ان الى مربع ط ك كنسبة ط
ك الى ز وليكن سطح ان في ز مساويا لمربع ط ك فيكون نسبة مربع ان
ك التي هي كنسبة ط ك الى ز كنسبة ان الى و فنسبة ان الى ط ك
بالابدال كنسبة و الى ز ويكون ان ط ك و ز متناسبة على الترتيب و
خطا ان ز معلومان فخطا ط ك و معلومان وتركيبه هكذا ليكن
القطعة التي نريد ان نعمل قطعة بسائرها قطعة ا ب و التي نريد ان
يكون المحور شبيهة بها قطعة ه ح وليكن الدائرتان وسائر الاشياء
كما في الحل فمحور ط ح ان مساو لقطعة ا ب ومحور طصره ز مساو
لقطعة ه ح وليكن نسبة صرت الى ا ر كنسبة خ ز الى ز ونأخذ
خطين فيما بين خطي ان ز يناسبانهما وهما ط ك و حتى يكون ان
ط ك و ز متناسبة ونرسم على ط ك قطعة ط ك ل من الدائرة شبيهة
لقطعة ه ح س ودائرتها دون دائرة ط ك ر وليكن القطر ل س

ونخرج الدائرة فيحدث الكرة وركزها ز ونرسم على ك ط سطحا
يكون القطر عمودا على تقسيم الكرة بقطعتين ويكون قطبه ط ك ل كما
آرده اما كونها شبيهة بقطعة ه ح فلانا به قطبتي الدائرتين ولما
كونها مساوية لقطعة ا ب فلانا اذا جعلنا نسبة ز ر مرت معا
الى مرت كنسبة ر ت الى ا ر كان محور ط ك مساويا لقطعة ا ب
لما ترى في الشكل الثاني من هذه المقالة ويكون لكون محور طصره
ومتشابهين نسبة صرت الى ا ر اعني نسبة خ ز الى ز كنسبة
ر ت الى ط ك ونسبة ر ت الى خ ز كنسبة ط ك الى ز ولان خطوط ان
ط ك ز متناسبة يكون نسبة مربع ان الى مربع ط ك كنسبة ط ك الى ز
اعني كنسبة ر ت الى خ ز ونسبة مربع ان الى مربع ط ك كنسبة دائرتيهما
اللتين هما قاعدتا القطعتين والمحور طين نسبة قائمة في المخروطين
مكافئين لانقاعيهما فيما متشابهان بالقطعتان متشابهتان فان
نقطة ط ك ل المحور لمساوية لقطعة ا ب ومشابهة لقطعة ه





ح وذلك ما اردناه اولا انما يجب من تشابه قطعتي ه ح ط
ك ل من الكرتين تشابه عمودي صه ر ط ك لانهما يصيران تشابه
قطعتي ه ح ط ك ل من الدائرتين وتكون نسبة ح ت الى ت ه كنسبة
ل ت الى ت ط ونسبة ح ت الى ت ع كنسبة ل ت الى ت س ونسبة
ح ع الى ح ت كنسبة ل س الى ل ت وقد مر في الشكل الثاني من هذه
المقالة ان نسبة ص ح الى ح ر كنسبة ح ت الى ت ع ونسبة ر ك
الى ك ف كنسبة ل ت الى ت س فيكون نسبة ص ح الى ح ر كنسبة
ر ك الى ك ف ونسبة ص ح الى ح ع كنسبة ر ك الى ك س وكانت
نسبة ح ع الى ح ت كنسبة ل س الى ل ت فبالمساواة نسبة ص ح
الى ح ت كنسبة ر ك الى ك ت وبالتركيب نسبة ص ت الى ت ح كنسبة
ر ت الى ت ك وكانت نسبة ح ت الى ت ه كنسبة ل ت الى ت ط
فبالمساواة نسبة ص ت الى ت ه ثم الى ر ه كنسبة ر ت الى ت ك
ثم الى ك ط فاذن عمودا ص ه ر ط ك متشابهان واما الطريق
الى وجود خطي ط ك وفيما بين خطي ا ز على نسبة فكما ذكرت بعد
الشكل الاول من هذه المقالة انه كيف يوجد خطين متناسبين
خطين معلومين فيما بينهما بحسب اصول كتاب المخروطات وغير
في هذا الكتاب ما هو مبني على اصول ذلك الكتاب سوى هذه

المقدمة المحتاج اليها في الشكل الاول والمذكور في هذا الشكل
سوى المقدمة المذكورة في الشكل الرابع من هذه المقالة ايضا وهي
قسمة الخط الى قسمين يكون نسبة خط معلوم الى احدهما كنسبة
مربع الاخر الى سطح معلوم ونعود الى الكتاب : لنا ان نعمل
قطعة كرة تشبه قطعة اخرى معلومة من كرة ويساوي سطحها
سطح قطعة اخرى معلومة من تلك الكرة او من كرة اخرى فليكن
القطعتان المعلومتان قطعتي ا ب ج د ه ولتكن قطعة ك ل م
شبيهة بقطعة ا ب ج وسطحها مساو لسطح د ه وهي المطلوبة فرضها
موجودة وليكن الدوائر العظام التي لاكرها القائمة سطوحها على
قواعد القطع دوائر ا ب ج ط ه و ح د ك ل م ر والفصول المشتركة التي
في القواعد ا و د ك م والاعمدة القائمة عليها ر ط ه ح ل ص فصل
خطوط ب ح ه د ل م فلان سطح قطعة ك ل م مساو لسطح قطعة د
ويكون الدائرة التي نصف قطرها ل م مساوية للتي نصف قطرها
ه د لان كل واحدة منهما مساوية لسطح قطعتها كما مر في الشكل الرابع
والاربعين منهما مساوية لسطح قطعتها وما تلوه من المقالة الاولى
فخطا ه د ل م متساويان ولان قطعتي ك ل م ا ب ج متشابهتان
يكون نسبة ق ل الى ل م كنسبة ر ف الى ف ح ونسبة م ق

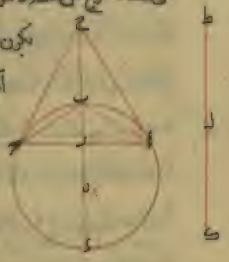
الى ز كنسبة ز ح الى ز ط فنسبة ا ز الى ز ح كنسبة ز ف الى ز ط
وبعد العكس والتركيب نسبة ز ا الى ا ز كنسبة ط ب الى ب ف
ونسبة ز ل الى ل م كنسبة ز ف الى ز ح فنسبة ز ا الى ا م
بل الى ه ز كنسبة ط ب الى ب ح ونسبة ه ز الى ز ح كنسبة
ز ل الى ل ب ونسبة ه ز الى ز ح معلومة وكل واحد من ه ز
ز ح معلوم فنسبة ه ز الى ز ط معلوم وز ط معلوم فز ل معلوم
فكرة ل م ه ك معلومة وتركيبه هكذا لكن قطعتا ا ب ح
ر ه ز من الكرتين معلومتين ونريد قطع كرة فيه قطعة كرة
ا ب ح ويساوي سطحها سطح قطعة ه ز ر ولكن الدائرتان والقطران
كما وصفنا في الحل ونجعل نسبة ز ح الى ه ز كنسبة ب ط الى ا ل
ونعمل على ا ز دائرة ثم كرة دائرتها العظيمة دائرة ا ك ز م ونقسم

ونعلم على انه قسمين يكون نسبة ا ز الى ا ل كنسبة ط ف الى
ف ز ونخرج من ف سطحا ا ز اعمودا عليه وليمر بم ك ونصل ا م

ولان

ولان قطعتي ك م ل ا ح من الدائرتين متشابهتان يكون قطعتاهما
من الكرتين متشابهتين فنسبة ط ب الى ب ف كنسبة ز ا الى ا ل
ونسبة ب ف الى ب ح كنسبة ا ز الى ا م فنسبة ب ط الى ب ح
كنسبة ز ا الى ا م وبالابدال نسبة ز ط الى ا ز التي هي كنسبة
ز ح الى ه ز كنسبة ز ح الى ا م فه ز ا م متساويان فسطحا قطعتي
ه ز ا م ك من الكرتين متساويان فاذن قد عملنا ما اردنا
زيدان نفصل من كرة معلومة بسطح قطعة يكون نسبتها الى المخروط
الذي قاعدتها وارتفاعها ارتفاعها كنسبة مفروضة فليكن
اعظم دائرة في الكرة المعلومة ا ب ح ز وقطرها ا ب ح ز والكرة ه
وزيدان نفصل من الكرة بسطح كالذي يمر على ا ح قطعة ا ب ح ويكون
نسبتها الى مخروط ا ب ح كنسبة مفروضة وليكن كما فرضنا ونجعل
نسبة ه ز معا الى ز ك كنسبة ز ح الى ز ب فمخروط ا ز ح مساو
لقطعة كرة ا ب ح لما مر في الشكل الثاني من هذه المقالة فنسبة
مخروط ا ز ح الى مخروط ا ب ح اعني نسبة ح ز الى ب ز معلومة
فنسبة ه ز ز ب الى ز ك معلومة ونسبة ه ز الى ز ك معلومة وخط
ه ز معلوم فخط ز ك معلوم فخط ا ح معلوم ولان نسبة ز ه الى
ز ك المعلوم من نسبة الى ب يكون نسبة ز ه ز ب بالتركيب الى

ز د اعني النسبة المفروضة لعظم من نسبة ز ه ب الى ز د ونسبة
ز ه ز ب الى ب ح نسبة الثلثة الى الاثنين فان ز ه ز ب ثلث امثال
ز ه و ز ب مثلاه فالنسبة المفروضة يجب ان يكون اعظم من نسبة
الثلثة الى الاثنين وتركيبه هكذا ليكن الدائرة العظيمة ذات
المعلومة ا ب ح ز د والقطر ب د والمركز ز والنسبة المفروضة نسبة
ط ك الى ك ل وهي اعظم من نسبة الثلثة الى الاثنين اعني من
نسبة ز ه ز ب الى ز ب وبالتفصيل نسبة ط ك الى ك ل اعظم
من نسبة ه ز الى ز ب ونجعل نسبة ز ه الى ز ب كنسبة ط ك
الى ك ل ونخرج من نقطة ز عمود ا على ب د وهو ا ح ونقيم عليه سطحا



يكون ب د عمودا عليه فيكون قطعه كرة
ا ب ح هي المطلوبة لانا اذا جعلنا نسبة
ه ز الى ز د كنسبة ح ز الى
ز ب كانت نسبة ط ك الى ك ل كنسبة
ح ز الى ز ب كانت ط ك الى ك ل
اعني كنسبة مجموع ح ا الى مجموع
ب ا ح بل كنسبة قطعة كرة ز ا ح الى مجموع ط ا ح وذلك ما اردناه
اذا قطع الكرة سطح على غير مركزها بقطعتين كانت نسبة القطعة

العظمى الى القطعة الصغرى اصغر من نسبة سطح القطعة العظمى الى
سطح القطعة الصغرى مشاة بالتكرير واعظم من النسبة الواقعة
من نسبة السطحين المذكورة ومن نسبة اذا ثنيت بالتكرير كما
كنسبة السطحين المذكورة فليكن الدائرة العظيمة على تلك الكرة
ا ب ح د وقطرها ب د والمركز ه ولنقطعها بسطح يمر بالخط ويكون
عمودا عليه وليصل ا ز د ونجعل نسبة ه د الى ا د كنسبة ط د
الى ب د ونسبة ه ب د الى ا د كنسبة ح د الى ا د ويكون بالتفصيل
والابدال كما مر ان نسبة ب د الى د ا كنسبة ط ب الى ب ه و
كنسبة ه د الى ح د ونرسم مخروطي ا ح ح المساويين للقطعتين
من الكرة كما مر في الشكل الثاني من هذه المقالة فنسبة سطح
قطعة ا ح الى سطح قطعة ا ه ح كنسبة مربع ا ب الى مربع ا ر كما مر
في الشكل الرابع والاربعين وما يتلوه من المقالة الاولى ونسبة مربع
ا ب الى مربع ا ر كنسبة ب د الى د ا اعني نسبة ط ب الى ب ه ولكن
ب ك مساو لـ ا ب و ب ط الاول من ب ك لان ب د الاول من ب ه
ونسبة ك د الى ب ك كنسبة ح د الى د ه واذا ابدلنا كانت نسبة
ك د الى ح د كنسبة ب د الى د ه اعني نسبة ط ب الى ب ه بل الى ب ك
ونسبة ط ب الى ب ك اصغر من نسبة ط ب الى ب ك فنسبة ط ب

الى ك اصغر من نسبة كد الى دح وسطح طب في دح اصغر من مربع
كد فنسبة سطح طب في دح الى مربع دح التي هي كنسبة طد الى
دح اصغر من نسبة مربع كد الى مربع دح ونسبة مربع كد الى مربع دح
كنسبة كد الى دح مثناه وكانت نسبة كد الى دح كنسبة ب د الى
د ز فنسبة طد الى دح اعني نسبة القطعة الصغرى الى القطعة الصغرى
اصغر من نسبة ب د الى د ز مثناه اعني نسبة مربع اب الى مربع اح
بل نسبة السطح الى السطح ونقول ايضا فلتكن ب د نصف على ه ونقسم
المختلفين على ه فسطح ب د في د ز اصغر من مربع د ه ونسبة ب د الى
د ه اصغر من نسبة د ه الى د ز وكانت نسبة د ه المساوي لب ه
الى د ز كنسبة طد الى ب د فنسبة ب د الى د ه اعني الى د ك اصغر
من نسبة طد الى ب د فمربع ب د اصغر من سطح طد في د ك ولكن
مربع ب د كسطح طب في د ك فنسبة طب الى ب د كنسبة ب د
الى د ك وكنسبة طد الى د ك وهي النسبة التي اذا ثبتت بالتكرير
كانت كنسبة طب الى د ك بل طد الى ب ه التي هي كنسبة د ك
الى دح المساوية لنسبة ح د الى د ز اعني نسبة مربع اب الى مربع
اح التي هي نسبة السطحين ولما كانت نسبة طك الى كد اعظم
من نسبة طه الى ك واذا الفت نسبة د ك الى دح اعني نسبة

السطحين

السطحين نسبة طد الى د ك كانت المؤلفة نسبة طد الى دح وهي
نسبة مخروط طاح الى مخروط طبح اعني قطعة كرة باح الى قطعة
كرة ح ا وهي اعظم من نسبة د ك الى دح اعني نسبة السطحين اذا الفت
بنسبة طد الى د ك

التي هي النسبة التي
اذا ثبتت بالتكرير كانت
كنسبة السطحين فنسبة
قطعة كرة ب ا الى قطعة كرة ح ا اصغر من نسبة السطح الى السطح مثناه
واعظم من نسبة السطح الى السطح المذكورة مؤلفة بالنسبة التي اذا
ثبتت بالتكرير كانت كنسبة السطح الى السطح المذكورة وبوجه آخر
وليكن الدائرة العظمى في الكرة ا ب ح د والقطر ا ح والمركز ه ولتتصل
بسطح يمر بب ح ويكون ا ح عمودا عليه الى قطعتي ا د ح ا ب ح ونصل ا ب
ب ح ونخصل كل واحد من ا د ح ح مثلا ونقول نسبة قطعة كرة
ا ب الى قطعة كرة ح د مؤلفة من نسبة قطعة كرة ا ب الى
مخروط ا ب ح الى مخروط ح د ب ومن نسبة مخروط ح د ب الى قطعة
كرة ح د ب وكانت نسبة قطعة كرة ا ب الى مخروط ا ب ح كنسبة
ح ط الى ط ه لما بين في الشكل الثاني من هذه المقالة ونسبة مخروط

[illegible]

[illegible] ب المعروط ح وب كنسبة ا ط الى ط ح ونسبة مخروط ح وب
الى قطعة ح وب كنسبة ا ط الى ط ح والنسبة المؤلفة من نسبة ح
ا ط ح ونسبة ا ط الى ط ح الاولين هي نسبة سطح ح ط في ا ط
الى مربع ط ح والنسبة المؤلفة منها ومن نسبة ا ط الى ط ح الاخيرة
هي نسبة ح ط في ا ط الى مربع ط ح في ط ح اعني نسبة ح ط في
مربع ا ط الى ط ح في مربع ط ح ونسبة السطحين نسبة ا ط الى ط ح
فحاصل الدعوى الاولى وهو ان نسبة ح ط في مربع ا ط الى ط ح
في مربع ط ح اصغر من نسبة ا ط الى ط ح مثناة اعني من نسبة
مربع ا ط الى مربع ط ح وانما يتبين ذلك ان تبين ان نسبة ح ط في
مربع ا ط الى ط ح في مربع ط ح اصغر من نسبة مربع ا ط الى مربع ط ح
التي هي كنسبة ط ح في مربع ا ط الى ط ح في مربع ط ح وانما يتبين ذلك
ان تبين ان ط ح في مربع ط ح اعظم من ط ح في مربع ط ح وذلك بين
لان ط ح اعظم من ط ح وايضا نسبة سطح قطعة ا ب ح المسطح قطعة
ح ب هي نسبة مربع ا ب الى مربع ب ح والنسبة التي اذا نسبت بالكرة
كانت كهذه النسبة هي نسبة ا ب الى ب ح والنسبة المؤلفة من
نسبة السطحين ومن النسبة التي مثلها كنسبة السطحين هي نسبة
مكعب ا ب الى مكعب ب ح فحاصل الدعوى الثانية هو ان نسبة ح ط

في مربع

في مربع ا ط الى ط ح في مربع ط ح اعظم من نسبة مكعب ا ب الى مكعب
ب ح التي هي كنسبة مكعب ا ط الى مكعب ط ب وهذه النسبة مؤلفة
من نسبة مربع ا ط الى مربع ط ب ومن ا ط الى ط ب ونسبة مربع
مربع ط ب كنسبة ا ط الى ط ح فالنسبة المؤلفة هي مؤلفة من نسبة
ا ط الى ط ح ومن نسبة ا ط الى ط ب اعني نسبة مربع ا ط الى مربع
في سطح ط ح في ط ب وهي من قد كنسبة ط ح في مربع ا ط الى ط ح في
سطح ط ح في ط ب الى فعلينا ان نبين ان نسبة ط ح في مربع ا ط
الى ط ب في مربع ط ح اعظم من نسبة ط ح في مربع ا ط الى ط ح في سطح ط
ح في ط ب وانما يتبين ذلك ان تبين ان ط ب في مربع ط ح اصغر من
ط ح في سطح ط ح في ط ب ويتبين ذلك ان تبين ان نسبة مربع
ط ح المسطح ط ح في ط ب التي هي كنسبة ط ح الى ط ب اصغر من نسبة
ط ح الى ط ب وتبين ذلك ان تبين ان نسبة ط ح الى ط ب اعظم من نسبة
ط ح الى ط ب نخرج من مركزه عمود ه ك على ا ح ومن ب عمود ب ل
على ه ك فاذا القينا المقدم والتالي الاخيرين من المقدم والتالي
الاولين بقيت نسبة ح ح اعني ه ك الى ك ط اجمعها اعظم من
نسبة ط ح الى ط ب اعني نسبة ط ب الى ا ط ابل له الى ا ط ونحتاج
ان نبين انا اذا ابدلنا كانت نسبة ه ك الى ا ه اعظم من نسبة

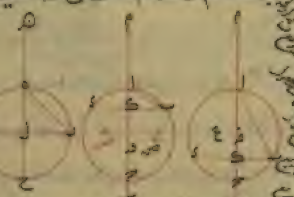
لك ط ا ح جميعا الى ط
آ وتبين ذلك اذا فصلنا
وكانت نسبة ك ل الى
ه ل اعظم من نسبة ك ل
الى ط آ وذلك كذلك

لان ه ل اصغر من ط آ فاذن المكان ثابتان وذلك ما اردناه
اذا كان نصف كرة مساو لسطح قطعة كرة اخرى اصغر او اكبر
من نصفها كان مجسم النصف اعظم من مجسم القطعة فليكن الدائرة
العظيمة لكرة ا ب ح د والقطر ا ح والاخرى ب ح ط والقطر ب ح
ولقطع الاول سطح لا يمر بمركزها والاخرى سطح يمر بمركزها و
القطران وعمودان على السطحين وفصلاهما المشتركان د ك ط
فيكون قطعة ط د نصف الكرة وقطعة ب د اعظم من النصف في
الصورة التي عليها ع واصغر منه في الصورة التي عليها ص وليكن
سطح النصف مساويا لسطح كل واحدة من القطعتين فنقول ان مجسم
نصف د ه ط اعظم من مجسم ب آ د فلان السطوح متساوية كانت
ه د مساويا لا ك لما مر في الشكل الرابع والاربعين وما يتلوه من
المقالة الاولى ولان قطعة دائرة ب ا د في صورة ع اعظم من النصف

يكون

يكون ا ب في القوة اصغر من مثلي ا ك في القوة واعظم من مثلي نصف
قطر الكرة وليكن مثلي ا ز في القوة ولان قطعة دائرة ب ا د في صورة
ص اصغر من النصف يكون ا ب في القوة اعظم من مثلي ا ك في القوة
واصغر من مثلي نصف القطر في القوة وليكن مثلي ا ز في القوة
وليكن ح ت مساويا لنصف قطر دائرة ا ب ح د ونجعل نسبة م
ا الى ا ك كنسبة ح ت الى ح ك ونعمل مخروطا راسه م وقاعدته
دائرة ب د فهو مساو لقطعة كرة ب د لما مر في الشكل الثاني
من هذه المقالة وليكن ه ت مساويا لنصف قطر دائرة ه ر ح
ط ونعمل مخروطا راسه ت وقاعدته دائرة ر ط فهو مساو لنصف
كرة ر ه ط ولان ح ا الى ا ك مثل مربع ا ب ونصف ح ا الى ا ك مثل
مربع ا ز يكون ا ز وسط بين ا ك ونصف ا ح في النسبة ويكون ز ا
الى نصف ا ح اقرب من ك فيكون ا ز في ز ح اعظم من ا ك
في ك ح واذا زيد عليهما مربع ا ز اعني ا ك في ح ت صار ح ا
في ا ز اعظم من ا ك في ك ت وكان ا ك في ك ت مساويا
لـ ا ك في ك ح لكون الاربعة متناسبة فنسبة ح ا الى
ا ك اعظم من نسبة م ك الى ا ز ونسبة ح ا الى ح ك كنسبة
مربع ا ب الى مربع ك فنسبة نصف مربع ا ب اعني مربع ه ر الى مربع ا ز

اعظم من نسبة م ك الى ش او المساوين لها لان نسبة
الدائرة التي قطرها ر ط الى الدائرة التي قطرها ر د



اعظم من نسبة م ك الى ا ل فاذن مخروط ا ر ط اعني نصف كرة ر ط اعظم من مخروط م ر د اعني قطعة كرة ا ب د وذلك ما اردناه فهذا اخر اشكال الكتاب الاول ولابي سهل ويحيى بن رستم القوهي رسالة رسمها بسد الخلل الذي في المقالة الثانية من كتاب ارشميدس وقال فيها ان هاهنا شكلا اعمل من حيز واحد احدهما على قطعة كرة يساوي قطعة كرة ونسبة كرة اخرى وثانيهما على قطعة كرة يساوي سطحها قطعة كرة ونسبة هي قطعة كرة اخرى وثالثهما على قطعة كرة يساوي هي قطعة كرة وسطحها سطح قطعة كرة اخرى فبين ارشميدس الاول واهمل الثالث ولم يلحقه بهما من بعد ثم انا اورده وبيانه هكذا لنا ان نعمل قطعة كرة يساوي قطعة كرة اخرى معلومة ويساوي سطحها سطح قطعة كرة اخرى معلومة ايضا فيكون على

سبيل التحليل قطعة ا ب ج من كرة ا د ج وحجمها مساو لقطعة معلومة من كرة معلومة وسطحها مساو لسطح معلومة من كرة اخرى وليكن الكرة على خطب ه المعلوم الوضع الذي مبدأها نقطة ب المعلومة وليكن ب د قطرها و ه نصف قطرها ونسبة د ه مع د ز اعني د ا الى د ك كنسبة ط ا الى د ب فيكون مخروط ا ه ز الذي ارتفاعه ط ا ونصف قطر دائرة قاعدته ا ه مساويا لجسم قطعة ا ب ج كما مر في الشكل الثاني من هذه المقالة وهو معلوم بالفرض وليقسم مخروط القطعة ونصل ا ب ا د و ب مساو لنصف قطر دائرة يساوي سطح قطعة ا د ج الكرية لما مر في الشكل الرابع والاربعين وما يتلوه من المقالة الاولى ويكون سطح القطعة معلوما بالفرض يكون ا ب معلوما واذا وصلنا مخروطا يكون ارتفاعه مثل ا ب ونصف قطر دائرة قاعدته ايضا مثل ا ب يكون ايضا معلوما وليسم مخروط السطح فنسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة المعلومين كنسبة مخروطات مأخوذة من نسب ارتفاعاتها ومن نسب قواعدها فيكون نسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة مأخوذة من نسبة الارتفاعين اعني نسبة ا ب الى ط ا ومن نسبة القاعدتين اعني نسبة الدائرة التي نصف قطرها ا ب الى الدائرة

التي نصف قطرها آ د وهي كنسبة مربع آ ب الى مربع آ ب بل كنسبة
مربع د ب الى مربع د ا اعني كنسبة د ب الى د ه فالنسبة المركبة
من نسبة آ ب الى ب د ومن نسبة د ب الى د ه هي نسبة سطح ا ب في د ب
الى سطح ط د في د ه اكسطح ب د في د ه لان نسبة ط د الى د ب كنسبة
د ا الى د ه على ما مر فنسبة سطح ا ب في د ب الى سطح ب د في د ه كنسبة
مخروط السطح المخروط القطعة وليكن نسبة سطح ا ب في خط ما كخط
ز ك الى مربع ز ك كتلك النسبة فيكون نسبة سطح ا ب في جميع ب ك
الى سطح ب د في د ه مع مربع ب د اعني سطح ب ه في د ه ايضا كتلك
النسبة ولان د ه نصف د ب فالسطح د ب في د ه اعني مربع ا ب
معلوم يكون سطح ب د في ب ه الذي هو ربع ونصف مثل مربع ا ب
معلوما فيكون سطح ا ب في ز ك ايضا معلوما ا ب معلوم ز ك معلوم
ونقطة ب معلومة فنقطة ك معلومة فيخرج من نقطة ك عمود ك م
على ب ه مساويا لـ ب ه فيكون نسبة سطح ا ب في ز ك الى م ك التي هي
كنسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة معلومة وليكن نسبة ا ب
الى م ك كتلك النسبة ايضا واذا اخذنا ز ك ارتفاعا مشتركا كانت
نسبة سطح ا ب في ز ك الى سطح ب ه في ز ك كنسبة سطح ا ب الى مربع
ب ه ويكون ايضا تلك سطح ب ه في ز ك مساويا لمربع ب ه واذا فرضنا اطا

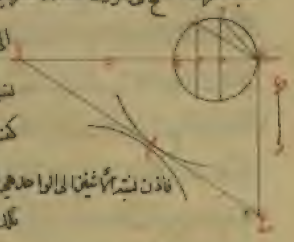
تكا يكون زاوية نقطة ك وسهم ك ب وضلعه القايم مركبا
بنقطة م ويكون ذلك القطع معلوم الوضع ويخرج من ب عمود
ب ع على ب ك ويتوهم خطا ذا لا انقضاء خطا ب ع ب ه ويكون
سطح الخطين الخارجين من كل نقطة منه الى خطي ب ه ب ع مساويين
ليما مساويا لسطح ب ه في ب ز المعلوم وكان مارا بنقطة م فكون م
مساويا لـ ب ز ويكون ذلك القطع ايضا معلوم الوضع فنقطة م
المشتركة بين قطعين
معلومين الوضع معلومة
وعمود م ز الخارج منها
الى خط ب ز المعلوم
الوضع معلوم فنقطة
ز معلومة فكانت نقطة ز معلومة نصف قطر الكرة معلوم وخط
ب ز منه المساوي لم ز معلوم فنقطة ا ب ح الكرة معلومة وذلك
ما اردناه وقد بان ان ا ب د وسط في النسبة بين ب ه قطر الكرة
ود م اعني ب د وان د م اصغر من ب ا وهو اصغر من ب ه وسطح
ب ه في ب د اصغر من سطح ب ه في د م اعني مربع ا ب ونسبة
ا ب اصغر من نسبة ا ب الى ب ه وتقول الاجود ان يكون نسبة

السطح الى مخروط القطعة اي نسبة كانت بل يجب ان يكون لها نسبة
الصغرجة لا يخاوزه وذلك عند كون القطعتين متماستين عند
نقطة م ونخرج ج م لهما تماسا لهما وساوا تقطع التماس فيكون لا
القطع الرابع م مساويا لم ك كما تبين في الشكل الثالث من المقالة
الثانية من كتاب المخروطات وتوازي د م وب ج فيكون ك د
مساويا لد ب اعني قطر الكرة ولكون ل م مماسا للقطع المكافي يكون
ل ك مساويا لك د لما تبين في الشكل الثالث والثلثين من المقالة
الاولى منه فيكون مثل نصف قطر الكرة ويكون لذلك نسبة
ك د واقعة على نقطة د وقد عرف في الحال ان نسبة مخروط السطح الى
مخروط القطعة كنسبة سطح ا ب في ب ك الى سطح ب د في ب ه
اعني ب ن في ب ك وهي نسبة ا ب الى ب د وكانت كنسبة ا ب
الى ب ز فب د اعني ب م مساو لكل سطح ب ز في ز ك مساو لمربع ز م
فز ك مساو لد م اعني ب د ب ز نصف قطر الكرة وكذلك
ا ز فيكون نسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة التي هي كنسبة ا ب
الى ب ز وفي هذه الصورة نسبة اذا انتجت بالتكرير كانت كنسبة
الاثنين الى الواحد لان نسبة ا ب الى ب ز مثناه بالتكرير هي
نسبة ز ب الى ب د والنسبة التي اذا انتجت بالتكرير كانت كنسبة

الاثنين الى الواحد هي نسبة الاثنين الى جذرهما هو نسبة جذر
الاثنين الى الواحد وانما لا يجوز ان يكون نسبة المذكورة اصغر من
ذلك لان نسبة سطح ا ب في ب ز الى سطح ب ز في ز ه التي هي نسبة
مخروط السطح الى مخروط القطعة يكون مركبة من نسبة ا ب الى ب د
اعني نسبة ز ب الى ب د ومن نسبة ز د الى ز ه التي هي نسبة مربع
ز د الى سطح ا ب في ز ه فيحصل ب ز ارتفاعا مشتركا فيكون نسبة
مخروط السطح الى مخروط القطعة كنسبة مكعب ب ز الى مجسم ا ب في
ز ه في ب ز وايضا اذا جعلنا السطح ا ب في ب ز وب ز في ز ه ارتفاعا
له مشتركا كانت نسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة كنسبة مجسم
ا ب في ب ز في ز ه الى مجسم خطا ب ز في مربع ز ه فبالمساواة نسبة مكعب
ب ز الى مجسم خطا ب ز في مربع ز ه كنسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة
مثناه بالتكرير مجسم خطا ب ز في مربع ز ه . انما يكون اعظم ما يكون اذا
كان ز ه نصف ز ب كما تبين فيما ايرد تا محكاية عن ارطرقيس
بالقطوع ويورد بيانه ايضا مجردا عن القطوع نسبة مكعب ب ز
الى مجسم خطا ب ز في مربع ز ه اصغر ما يكون انما يكون عند كون ب ز نصف
قطر الكرة واذا جعل مخروط السطح في جميع الاوضاع مساويا كانت القطعة
هناك اعظم ما يكون واما في الكرة فلا يكون للنسبة المذكورة حد اذا

قوله الاحوال

كانت القطعة اصغر من نصف الكرة واما اذا كانت القطعة اكبر من نصف
الكرة فلا يجوز ان يكون اكبر من نسبة الاثنين الى الواحد لان سطح اب
في ب د يكون اصغر من مربع ب د فنسبة سطح اب في ب د الى سطح ب د
في د ه يكون اصغر من نسبة مربع ب د الى سطح ب د في د ه ولكن ب د اقرب
الى نصف ب ه من ب د يكون اصغر من نسبة سطح ب د في د ه العظم من سطح
ب د في د ه ونسبة مربع ب د الى سطح ب د في د ه اصغر من نسبة مربع ب د
الى سطح ب د في د ه فنسبة سطح اب في ب د الى سطح ب د في د ه اعني
نسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة اصغر كثيرا من نسبة مربع ب د
الى سطح ب د في د ه اعني



نسبة ب د الى د ه التي هي
كنسبة الاثنين الى الواحد
فاذن نسبة الاثنين الى الواحد هي الحد الذي لا يتجاوزه
كل النسب في الكرة واذا
مخروط السطح في جميع الاحوال متساويا كانت القطعة هناك اصغر ما يكون
فقد بان من ذلك ان نسبة الاثنين الى احدهما هي اصغر جميع النسب التي
في الكرة بين مخروط السطح ومخروط القطعة وان ما بينهما وبين نسبة
الاثنين الى الواحد يمكن ان يقع في نصفي الكرة ولا يقع شيء من نسب الاثنين

الى ما هو اقل من الواحد في القسم الاعظم من النصف بل يختص جميع ذلك
بالقسم الاصغر من النصف واذا تقرر ذلك فلنشتغل بالتركيب
نقول ليكن على طريق التركيب القطعتان المحدثتان من الكرتين المختلفتين
فهي ج د ف ص ق ر والمطلوب ان نعمل قطعة كرة سطحها الكري مساو
لسطح قطعة ج ص ق ر الكري ويجسمها مساو لجسم قطعة ص ق ر ونخرج
ج ق نصف قطر دائرة يساوي سطح قطعة ج ص ق ر ويتوهم مخروطا ارتفاعهما
ق ح ونصف قطر دائرة قاعدته ق ح وهو مخروط السطح ومخروط القطعة
يساوي قطعة ص ق ر وهو مخروط القطعة ويكونان معلومين ويلتمس ان
يكون نسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة اقل من نسبة الاثنين
الى جذرهما لما تقدم ونجعل نسبة خط ا د ليكن ب ك الى ق ح كنسبة
مخروط السطح الى ثلثي مخروط القطعة ونسبة ق ح الى ر كنسبة مخروط
السطح الى مخروط القطعة ونرسم قطعا مكافيا سهمه ب ك وداسه ك د
وضلعه القائم ترسم على ما تبين في الشكل الثاني والخمسين من المقالة
الاولى من كتاب المخروطات وليكن هو قطع ك م ونخرج من نقطة ب على خط
ب ك عمود ب ع ونجعل سطح ب ك في ك د مساويا لمربع ق ح ونرسم قطعا
زائدا يمر بنقطة ك ولا يقع عليه خطا ب ك ب ع على ما تبين في الشكل الرابع
من المقالة الثانية منه وليكن هو قطع ك ن ونجب ان نبلغ في القطعتان

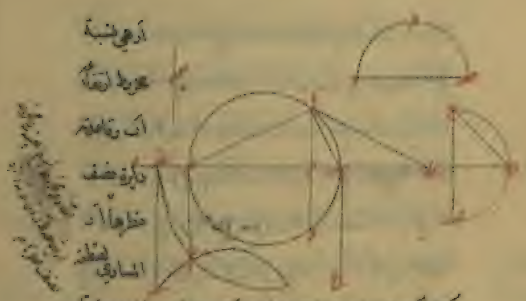
على نقطة ب مثل نقطة ح التي بعدها عن خط ب ك وهو عمود ح د ويلقى على
سطح ب ز في د ك ويساوي ب د التي هي قطر في ب ك يساوي مربع ح د
اعني سطح ب ك في ك د على ما تقدم في الحل فلتبلا ايا على م فيخرج
من م ز على ب ك فيكون اقصر من ب د على ما مر في الحل ونريد على ب
كرة دائرتها العظيمة الحادثة من قطع سطح خطي ب د ر ثم المتقاطعين
اياها دائرة ا ب ح و ا على نقطة ب في الكرة دائرة قطرها ا ح ونصل
من الكرة قطعة ا ب ح هو ل فهي التي سطحها الكري مساو لسطح قطعة
كرة ح هـ ف وجسمها مساو لقطعة ص ق ونصل ا ب ا و ب ح ونجعل
ر ه مثل نصف ب د ونسبة ه د الى د ر كنسبة ر ط الى ر ب ونصل
ا ط فيكون مخروط ا ح مساويا لقطعة ا ب ح كما مر في الشكل الثاني
من المقالة الثانية من الكتاب ولان ر م يساوي ب د يكون ب ه
في ر م مساويا لمربع ا ب وكان مساويا لسطح ب ك في ك د المساوي
لمربع ح د من اجل القطع الزائد كما تبين في الشكل الثاني عشر من
المقالة الثانية من المخروطات في م مساو لا ب فالدائرة التي نصف
قطرها ح د اعني سطح قطعة ح هـ ف الكري مساوية للدائرة التي
نصف قطرها ر ب اعني سطح قطعة ا ب ح الكرية وايضا لان نسبة
ب ك الى ك ح اعني ا ب كنسبة مخروط السطح الى ثلثي مخروط قطعة

عمود م د

ونفصل من ب د ب ه مثل ح ك ونخرج
سطح ز ه ط ك ونقيم ب د مخروط ا ح

قطعة ا ب ح و ق ر ص

كرة ز ح و ونسبة سطح ب ك في ب ا الى مربع ب ك كنسبة ب ك
الى ا ب فنسبة سطح ب ك في ب ا الى مربع ب ا كنسبة مخروط السطح
الى ثلثي مخروط قطعة ز ح و ونسبة سطح ب ك في ب ا الى
مرة ونصف مثل مربع ب ا كنسبة مخروط السطح الى مخروط قطعة ص
ق ر وكان مربع ب ا مثل سطح ز ه في ب د ونصفه مثل سطح ه د
في ب د فنسبة سطح ب ك في ب ا الى سطح ه د في ب د كنسبة مخروط
السطح الى مخروط قطعة ص ق ر وهي كنسبة ا ب الى ب ر بل كنسبة
سطح ا ب في ب ك المساوي لمربع ح د بل لمربع ب د فنسبة مخروط السطح
الى مخروط قطعة ص ق ر كنسبة سطح ا ب في ب ك الى سطح ه د في
ب د وكنسبة سطح ا ب في ب ك الى مربع ب د بل كنسبة سطح ا ب في ب د
الباقي الى سطح ب د في ه د الباقي وكان سطح ب د في ه د كسطح ط ر في
ر ك وكون نسبة ه د الى د ر كنسبة ط ر الى ر ب فنسبة مخروط السطح
الى مخروط قطعة ص ق ر كنسبة سطح ا ب في ب د الى سطح ط ر في ر ك التي
هي بعينها من نسبة ا ب الى ط ر من نسبة ب د الى د ر اعني نسبة
مربع ب د الى مربع ر ا بل نسبة مربع ب ا الى مربع ا ر التي هي كنسبة الدائرة
التي نصف قطرها ب ا الى الدائرة التي نصف قطرها ا ر والنسبة المؤلفة
من نسبة ا ب الى ط ر ومن نسبة دائرة نصف قطرها ا ب الى دائرة نصف قطرها



كرة ا ب ج فنسبة محيط السطح الى قطعة كرة ص ق ر ود الى محيط قطعة
ا ب ج واحدة فقطعة ا ب ج مسامتة لقطعة ص ق ر وقد بينا ان
سطح قطعة ا ب ج الكرى مساو لسطح قطعة ح ن ف الكرى فاذن حصل
ما قصدناه وذلك ما اردناه ويتبين مما ذكرنا ان النسبة المذكورة
اذا كانت اصغر من نسبة الاثنين الى جذرها امتنع وجود المقدار اما
اذا لم يكن اصغر منها امكن ذلك فاذا كانت مثل نسبة الاثنين الى
جذرها يمر القطعتان على قطعة تم ويصيرها كانت القطعة الحادثة
نصف الكرة لا غير والحادث نقطتا ك واذا كانت اعظم من نسبة
الاثنين الى جذرها واصغر من نسبة الاثنين الى الواحد حدث القطعتان
على نقطتين واذا اخرج منهما عمودان على ب ك كان ما ينفصل منه
كل واحد من العمودين صالحا لان يكون قطعة الكرة ويكون القطعة

المطلوبة

المطلوبة في احدهما اصغر من نصف الكرة وذلك انما يكون اذا كان العمود
المعين لقطع الكرة خارجا من ابعد النقاطين من نقطة ب ويقع نقطة
ه حينئذ خارجة عما بين نقطتي ب ك ويكون في الاخرى اعظم من نصف
الكرة وذلك يكون اذا كان العمود المذكور خارجا من اقربهما من ب
ويقع نقطة ه حينئذ فيما بين نقطتي ب ك واذا كانت النسبة مثل
نسبة الاثنين الى الواحد كان ما ينفصل من خط ب ك بالعمود الاقرب
من ب مساويا لاب والقطعة المطلوبة هي الكرة باسرها وما ينفصل
بالعمود الابعد يكون القطعة المطلوبة من كرتها اصغر من النصف وسهم
القطع قريب من ثخن قطر الكرة بل القريب منه بشيء قليل يعرف ذلك
بالاستقراء والحساب واذا كانت النسبة اعظم من نسبة الاثنين الى الواحد
لم يكن ما ينفصل من ب ك بالعمود الاقرب صالحا لان يكون قطر الكرة
لان ا ب يكون اطول منه بل كان ما ينفصل بالعمود الابعد منه وحده
صالحا لذلك ويكون القطعة اصغر من النصف وسهمها اصغر من
ثخن القطر وجميع ذلك على تقدير تساوي ا ب في الاحوال كلها واذا
تبين ذلك تبين ما وعدناه وهو ان جسم خط ب ه في مربع ه ا انما
يكون اعظم ما يمكن ان يكون عند كون ب نصف ه ه وليكن لبيانه
ا ب نصف ب ه ونريد ان نبين ان اولا انزل لجسم خط ا ب في مربع ب ه

٣١١

المد

واحد

د

يتبين

اعظم من مجسم خط ا ر في مربع ر ح ويجعل ر ه مساويا لجب فلان
نسبة ا ب الى ب ح كنسبة ب ح الى ب ه يكون سطح ا ب في ب ه مساويا
لمربع ب ح وسطح ا ب في ب ه اعظم من سطح ا ر في ر ه لكون ب اقرب
الى منتصف ا ه من ر فمربع ب ح اعظم من سطح ا ر في ر ه ونسبة سطح
ه ر في ر ب وهو مقدار الخر

الى سطح ه ر في ا ر وبالتركيب اعني نسبة ب ر الى ر ا اعظم من نسبة
سطح ه ر في ر ب الى مربع ب ح وبالتركيب نسبة ر ا الى ا ب اعظم
من نسبة سطح ه ر في ر ب مع مربع ب ح اعني مربع ر ح الى مربع ب ح
فمجسم خط ا ب في مربع ر ح اعظم من مجسم خط ا ر في مربع ر ح وايضا
ليكن ر فيما بين ب ح والباقي بحاله فيكون سطح ا ب في ب ه اعني مربع
ب ح اصغر من سطح ا ر في ر ه لكون ر اقرب الى منتصف ا ه من ب
ويكون نسبة سطح ب ر في ر ه اعظم من نسبة سطح ا ر في ر ه اعني من نسبة ب ر الى ر ا وبالعكس نسبة
مربع ب ح الى سطح ا ر في ر ه اصغر من نسبة ا ر الى ر ب وبالفصل
نسبة مربع ر ح الى سطح ا ر في ر ه اصغر من نسبة ا ب الى ب ر و
بالعكس نسبة سطح ب ر في ر ه الى مربع ر ح اعظم من نسبة ب ر
الى ا ب وبالتركيب نسبة مربع ب ح الى مربع ر ح اعظم من نسبة ر ا

الى ا ب فمجسم ا ب في مربع ب ح اعظم من مجسم ا ر في مربع ر ح وذلك
ما اردناه اقول
ان كانت نقطتا ر فيما بين نقطتي ا ب وكانت ر اقرب الى ب
من ر وكانت مجسم خط ا ر في مربع ر ح اعظم من مجسم خط ا ر في
مربع ر ح وذلك لان مربع ر ح اعظم من مربع ر ب الذي هو اعظم
من سطح ا ر في ر ه فنسبة سطح ه ر في ر ب وهو مقدار الخر الى سطح
ه ر في ر ا اعني نسبة ر ب الى ر ا اعظم من نسبة سطح ه ر في ر ب الى
مربع ر ح وبالتركيب نسبة ر ا الى ا ب اعظم من نسبة مربع ر ح
الى مربع ر ح فمجسم خط ا ر في مربع ر ح اعظم من مجسم خط ا ر في مربع
ر ح ومثل ذلك فيما بين ان كانت نقطتا ر فيما بين نقطتي ر ح وكان
ر اقرب الى ب من ر فان مجسم ا ر في مربع ر ح اعظم من مجسم ا ر في
مربع ر ح وهذا يحتاج اليه فيما سنورده وقد بين الشيخ ابو سهل
الفزيري الطلوب بوجه اخر لم نورده لكونه مبنيا على مقدمات
يطول الكتاب بذكرها ثم بين بعد ذلك الحكم المذكور في اخر شكل
كتاب له فيه بيان اقرب مثاولا فيما ذكر هناك وقدم على ذلك
مقدمة هي هذه لكن كرة ابرتها العظمى ا ح ر وا ح ر قطرها
القاطعين على قوايم عند ح ر ك مثل نصف القطر وليقطع الكرة

سطح بنصفها ويمر على ح ح وباخر نصفها مختلفين ويمر على ه د
ونصل ا ب ه د اقول فنسبة مكعب ا ب الى قطعة ا ب ح التي هي
نصف الكرة اصغر من نسبة مكعب ه د الى قطعة ه ب د التي هي اصغر من
نصف الكرة وكلما كانت القطعة اقرب الى نصف الكرة كانت هذه
النسبة فيها اصغر مما يكون في القطعة التي هي ابعد فلان مجسم خط
ب ح في مربع ح ك اعظم من مجسم خط ب ط في مربع ط ك كما مر يكون
نسبة مكعب ب د الى مجسم خط ب ح في مربع ح ك اصغر من نسبة
الى مجسم خط ب ط في مربع ط ك وقد بينا فيما مر ان نسبة مكعب ب د
الى مجسم خط ب ح في مربع ح ك كنسبة مخروط سطح قطعة ا ب ح الى قطعة ه ب د
ونسبة مكعب ب د الى مجسم خط ب ط في مربع ط ك كنسبة مخروط
سطح قطعة ه ب د الى قطعة ه ب د فنسبة مخروط سطح قطعة ا ب
ح الى قطعة ا ب ح اصغر من نسبة مخروط سطح قطعة ه ب د الى قطعة ه ب د
وبالابدال النسبة مخروط سطح قطعة ا ب ح الى مخروط سطح قطعة
ه ب د اصغر من نسبة قطعة ا ب ح الى قطعة ه ب د ونسبة مخروط
سطح قطعة ا ب ح الى مخروط سطح قطعة ه ب د المتناسبين كنسبة
مكعب ا ب الى مكعب ه ب لان كل واحدة منهما كنسبة ا ب الى
ه ب فنسبة مكعب ا ب الى مكعب ه ب اصغر من نسبة قطعة

ا ب ح الى قطعة ه ب د وبالابدال نسبة مكعب ا ب الى قطعة ا ب ح
التي هي النصف اصغر من نسبة مكعب
ه ب الى قطعة ه ب د التي هي اصغر
اعظم من النصف وبمثل هذا نبين الحكم
في كل قطعتين يكون احدهما اقرب
الى النصف من الاخرى وذلك ما اردناه واذا تقدم ذلك فنقول
كل قطعتين احديهما نصف كرة والاخرى اصغر اعظم من النصف
سطحاهما الكرتان متساويان فمجسم النصف اعظم من مجسم الاخرى
ان لم يكن احديهما نصف كرة بل كانت احديهما اقرب الى النصف من
الاخرى فهي اعظم جسما من التي هي ابعد فليكن القطعتان قطعتي ا ب
ح ه ه د وقطعة ا ب ح نصف كرة وليكن سطحاهما متساويان اقول
فمجسم قطعة ا ب ح اعظم من مجسم قطعة ه ه د ونصل خطي ا ب ه د
يكونان متساويين لمتساوي السطحين ونسبة مكعب ا ب الى قطعة
ا ب ح التي هي النصف اصغر من نسبة مكعب ه د الى قطعة ه ب د التي اصغر
اعظم من النصف فاذن قطعة ا ب ح اعظم
من قطعة ه ه د وبمثل ذلك نبين في كل قطعتين يكونان عاجمين
اصغر
اعظم من نصف الكرة وكانت احديهما اقرب الى نصف الكرة من

الاخرى ان التي هي اقرب اعظم جسما من التي هي ابعد بشرط ان يكون سطحاهما
متساويين وذلك ما اردناه واعلم ان كانت القطعتان متساويتين
اعني قطعة ا ب ج التي هي نصف كرة وقطعة د ه و التي هي اصغر من اعظم
من نصف كرة كان سطح قطعة ا ب ج الكرى اصغر من سطح قطعة د ه و الكرى
الكرى
الكرى
واذا كانتا متساويتين وذلك لان ا ب ج مكعب ا ل قطعة ا ب ج
من قبل مكعب د ه ل قطعة د ه و بل قطعة ا ب ج المساوية لها المكعب
ا ب اصغر من مكعب د ه و ب اقصر من د ه و الدائرة التي نصف قطرها
ا ب اصغر من التي
نصف قطرها د ه
وكل واحدة من
الدائرتين مساوية لسطح قطعتها الكرى فسطح قطعة ا ب ج الكرى اصغر
من سطح قطعة د ه و الكرى وبمثل ذلك نبين في كل قطعتين يكون احدهما
اصغر واعظم من النصف ويكون احدهما اقرب الى النصف من الاخرى
وذلك ما اردناه فهذا ما اورده ابسقلس القرشي في مقالاته الثانية
وتم بتمامه كتاب الكرة والاسطوانة لارشميدس مقالة ارشميدس
في تكسير الدائرة وهي ثلثة اشكال كل دائرة فهي مساوية لمثلث

قائم الزاوية يكون احد ضلعيه المحيطين بالزاوية القائمة مساويا
لنصف قطر تلك الدائرة والثاني مساويا لمحيطها والحاصل انها مساوية
لنصف قطرها في المثلث المساوي لنصف محيطها فليكن الدائرة دائرة
ا ب ج د والمثلث المذكور مثلث ه فان لم يكن الدائرة مساوية له فهي اما
اعظم منه واما اصغر وليكن اولا اعظم ونرسم في الدائرة مربع ا ب ج د
فيفضل منها اعظم من نصفها اعني نصف ا ب على ف وهكذا القول في الاربع
وفصل الاوتار فيفضل المثلثات الحادثة اعظم من نصف المثلث لما
بيانه وهكذا امره جدا فنزل الى ان يبقى من الدائرة قطع هي اصغر من مقدار
زيادة الدائرة على مثلث ه فيكون الشكل المستوي الاضلاع الذي في
الدائرة اعظم من المثلث وليكن المركز ط ونخرج ط ز على احد الاضلاع
عمودا وليكن ط ز وهو اصغر من ط ب المساوي لاحد ضلعي مثلث ه
ومحيط الشكل المستوي الاضلاع اصغر من محيط الدائرة المساوي
للضلع الاخر من مثلث ه فضلع ط ز في محيط الشكل اعني نصف مقدار
الشكل اصغر من نصف المثلث فالشكل اصغر من المثلث وكان اعظم
منه هذا خلف فليكن الدائرة اصغر من المثلث ونرسم عليها مربع
ا ب ج د فيفضل من المربع اعظم من نصفه وينصف قوس ا ب على ف
ونخرج ونصل بها الدائرة على ز ويكون نصف قطرها ف ز عمودا

عليه وهكذا انما يدل سائر القسي ولان قوب قد امتساويان وكذلك
لب ط قوف د الاربعة متساوية يكون ط ف و ح متساويين وهما
معا اطول من ط د فق ط اطول من ف ط فمثلث ق ف ط اعظم من
مثلث ط ف ب الذي هو اعظم من قطعة ط و ب د المخارجة من الخارج
وكذلك في البواقي فالمثلثات الاربعة التي على زوايا المربع فضل
بالي المربع بعد نقصان الدائرة الى ان يبقى قطع خارجة من الدائرة
مجموعها اصغر من زيادة مثلث ه على الدائرة فيكون الشكل المكتسب
الاضلاع الذي على الدائرة اصغر من مثلث ه ولكن سطح ه في نصف
القطر في محيط الشكل الذي على الدائرة اعني نصف مقدار الشكل

ومنه اعظم من الصندوق نصف القسي هكذا من بعد اخرى وتخرج الخطوط المماست للدائرة م م

اعظم من نصف المثلث لكون محيط
الشكل اعظم من محيط الدائرة فالشكل
اعظم من المثلث وكان اصغر منه
هف فاذن الدائرة مساوية للمثلث
ه ضرب نصف القطر في نصف المحيط
مساو لسطح الدائرة وذلك ما اردناه وقد بان من ذلك ايضا ان سطح
نصف القطر في نصف قطعة من المحيط يكون مساويا للقطاع الذي
يحيط به تلك القطعة مع الخطين الخارجين من المركز الى طرفي تلك

القطعة

مربع ه ح ٣٠٦	مربع ح ١٥٣	الفاضل	محيط القطعة
٩٣٦٣٦	١٣٤٠٩	٧٠٢٢٧	٢٥٥ رخ ٥١٣

القطعة محيط الدائرة اطول من ثلثة اضعاف قطرها باقل
من سبع القطر واكثر من عشرة اجزاء من احد وسبعين جزءا من القطر
فليكن ا ح قطر الدائرة ه مركزها وقد رسما ساقا الدائرة وزاوية ه ح
ثلث زاوية قائمة اعني نصف زاوية من زوايا المثلث المتساوي
الاضلاع فنسبة ه ا الى ه ح هي نسبة الاثنين الى الواحد فيكون
كنسبة ٣٠٦ الى ١٥٣ واذا اقتنا مربع العدد الذي
باز ا ه من مربع العدد الذي باز ا ه واخذنا جذر الباقي
كان ه ح بذلك المقدار اكثر من ٢٥٥ تكسيرا ونصف ثانية
ه ح على ح ط فنسبة ه ا الى ح ط كنسبة ه ح الى ح ط واذا ركبنا
وابدلنا كانت نسبة ه ح معا الى ح ط كنسبة ه ح الى ح ط فاذا
جمعنا العددين اللذين باز ا ه ح كان اكثر من ٥٧١
فضعفناه باز ا ه ح وهو الذي باز ا ح ح بهذا المقدار اكثر من ١٥٣
واذا جمعنا مربعيهما واخذنا جذرها كان ح ح بهذا المقدار اكثر
من ٩٩٩

بمثل ما مر ط بذلك المقدار اكثر من ١١٧٢ وربع ونصف وثمن
ايضا زاوية ط ه ح على ك بخط ه ك ويكون نسبة ط ه ح
الى ط ح كنسبة ه ح الى ح ك فيصير هذه النوبة بازاء ه ح اكثر
من ٢٣٣٤ وربع وثمن وبازاء ح ك ١٥٣ ويكون ه ك
بهذا المقدار اكثر من ٢٣٣٩ وربع وثمن ونصف ايضا زاوية
ك ح على ل بخط ح ل ونصير على القياس المذكور بازاء ه ح
اكثر من ٤٦٧٣ ونصف وربع ويكون ح ل بهذا المقدار
١٥٣ ولكون زاوية ه ح ب ثلث قائمة يكون زاوية ل ه
ح جزأ من ثمانية واربعين جزءا من قائمة ونعمل على نقطة ه
من خط ه ح زاوية ح ه م مثل زاوية ح ه ل فزاوية ل ه م جزء
من اربعة وعشرين جزءا
من قائمة ويكون ضلع
ل م ضلع الشكل المتساوي
الاضلاع والزوايا المستة
والتسعين ضلعا المحيط
بالدائرة واذا ضربنا العدد الذي بازاء ل م في ستة وتسعين بلغ
ضعف هذا العدد ١٤٦٨٨ ويكون القطر بذلك المقدار
٢٩٣٧٦

ضعف ٤٦٧٢ ونصف فالذي بازاء محيط الشكل اعظم
من ثلثة امثال الذي بازاء القطر بستة وسبعة وستين ونصف
التي بينها عدد القطر اقل من التسع القطر ويكون نقصان محيط الدائرة
من ثلثة امثال القطر وسبعه اكثر من ذلك النقصان لا محالة و
نعيد الدائرة على قطرها ا ح ونرسم على زاوية ح ا ب ثلث قائمة وليكن
نسبة ا ح الى ح ب التي هي نسبة الاثنين الى الواحد كنسبة ١٩٦٥
الى ٧٨٥ فيكون ا ب بذلك المقدار اقل من ١٣٥١ ونصف
زاوية ب ا ح بخط ا ح ونصل ح ح ولان في مثلثات ا ح ح ح د
ا ب د زوايا ا ح ح ا ح ب ا د متساوية وزوايا ح ب ا قائمة يكون
المثلثات متشابهة ويكون لذلك نسبة ا ح الى ح ح الى ح د
كنسبة ا ح الى ح د وكنسبة ا ب الى د ب بل كنسبة ح ا ب جميعا الى
ح ب و نسبة ح ا ب جميعا الى ح ب كنسبة ا ح الى ح د وعلى ذلك
ح ا ب جميعا اقل من ١١٢٩ وعدد ح ب ٧٨٥
فاذا جعلناهما بازاء ا ح ح ح كان ا ح بذلك المقدار اقل من
٣٥١٣ ونصف وربع ونصف زاوية ح ا ح بخط ا ط ونصل
ط ح فيكون على قياس ما مر بازاء ا ط اقل من ٥٩٢٤ وبازاء
ط ح ٧٨٥ ويكون ذلك على نسبة ١٨٢٣ الى ٢٤٦

	ثانٍ	أولٍ	
عددان	٢٤٥	١٨٢٠٢	و ١٠ جزء من ١٣
كرة الظل	٧٢٥	٥٥٤٦٨	و ٣ جزء من ١٣
ربع	٥٥	٤٥٥	و ٩ جزء من ١٣
جميع	٧٨٥	٥٩٢٤	

٢٤٥ و ١٨٢٠٢ و ١٠ جزء من ١٣

٧٨٥ و ٥٩٢٤

٢٣٦٠٩٢٩ ٣٣٣٣٣٣٩

٥٧٥٠٠ ٢٣٠

٢٣٦٠٩٢٩ ١٨٣٣

٢٣٦٠٩٢٩ و ١٥ جزء من ٣٦

لان نسبة كل واحد من العددين الاولين الى نظيره من هذين العددين
نسبة ثلثة وربع الى واحد ويكون آح بهذا المقدار اقل من ٣٨
١٨ وتسعة اجزاء من احد عشر جزءا من الواحد ونصف زاوية
ط آح بخط آك بخط آك فيكون با ذا ء آك اصغر من ٣٦٦١
وتسعة اجزاء الى احد عشر وبا ذا ء ك ح ٣٤٥ ويكونان على
نسبة ١٥٥٧ الى ٦٦ لان نسبة كل واحد منهما الى
نظيره من هذين نسبة اربعين الى احد عشر ونصف زاوية ك
آح بخط آك فيكون با ذا الاقل من ٢٥١٦ وهو ك ب ذا ء
ك ح ويكون آح بذلك المقدار ٢٥١٧ وربع لى ٦٦ واذا ضربنا
ستة وستين في ستة وتسعين صار جميع اضلاع الشكل ذي
الستة والتسعين ضلعا
الذي على الستة والتسعين
ضلعا الذي على الدائرة
٦٣٣٦ وهو اكثر من
ثلثمائة اضعاف الفين وستة
عشر وربع باكثر من عشرة

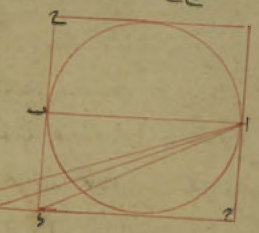
اثر من احد وسبعين جزءا من واحد فمحيط الشكل المتساوي
الاضلاع والزوايا المذكور الذي على الدائرة يزيد على ثلثة اضعاف
قطرها باكثر من عشرة اجزاء من احد وسبعين جزءا من واحد ومحيط
الدائرة اعظم منه فاذن محيط الدائرة يزيد على ثلثة اضعاف قطرها
باقل من سبعة واكثر من عشرة اجزاء الى احد وسبعين جزءا وذلك
ما اردناه اقول وللمتأخرين طريق آخر وهو انهم يحصلون وترا
صغيرا يكون جزءا من محيط الدائرة بالاصول التي تبينت في كتاب
المجسطي وغيره من كتبهم البرهانية ويجعلونه ضلعا من اضلاع
الشكل الذي في الدائرة ويكون نسبته الى العمود الواقع من
مركز الدائرة عليه كنسبة ضلع الشكل الذي على الدائرة الشبيه
الى نصف القطر فيحصلون ذلك الضلع ايضا ويجعلون بحسبهما
المقدارين اللذين يزيد المحيط على احدهما وينقص من احدهما
فيحصل المحيط باقرب تقريب مثاله ليكن الدائرة ا ب ومركزها
ح و ا ب منه جزء من ستمائة وعشرين جزءا هي المحيط ونصل
ح ب فيكون مقداره بحساب ابي الوفا البوزجاني على الاصول
المذكورة باقرب تقريب لا الدقة خامسة وهو ونصف دقيقة
اذا جعل القطر مائة وعشرين جزءا واذا جعلنا ضلع شكل ذي

سبعمائة وعشرين ضلعا في
الدائرة يكون محيط ذلك الشكل
بحسبه ٣٧٦ نط ب
ثالثة واذا نصفنا وتر نصف
درجة كان مقدار آ ه مساو
لوتر الخامسة مربعه ا ه وملتقى زاويتي ح ط عاشرة ومربع نصف
القطر الذي هو خط آ ح ٥٠٠٠٠٠ ٣ خرج نقصنا مربع ا ه منه بقي
مربع ه ح ٣٥٩٩٦ نه نخ نه نزنه ند ما لطنا جذره وهو خط
ه ح نط نط نز نو لز نونا سادسة ضربنا ا ه في ح ح نصف القطر
وقسمناه على ه ح خرج مقدار ح ا مد مسح لط مه خامسة
ضعفناه بلغ ما لا لد نوط لا خامسة وهو مقداره ه د وهو ضلع
شكل ذي سبعمائة وعشرين ضلعا على الدائرة شبيه بالاول ومحيط
الشكل بحسبه يكون ٣٧٦ نوط لح ند خامسة
فاذن اذا جعلنا القطر مائة وعشرين كان المحيط ٣٧٦
جزءا وكسرا اكثر من نط ب نط ا رابعة واقل من نط لح ند
رابعة واذا حولنا هما الى المقدار الذي ذكره ارشميدس كان المحيط
يزيد على ثلثة امثال القطر بما هو اكثر من عشرة اجزاء من سبعين

جزءا

کتابخانه مجلس شورای ملی
مؤسسه ۱۳۰۲

جزءا لم مر لو ثالثة واقل من عشرة اجزاء من سبعين جزءا لح
ند لط ثالثة ويكون بالتقريب عشرة اجزاء من سبعين جزءا لو لي ند لط م
ثالثة ٨ اذا كان محيط الدائرة ثلثة امثال القطر وسبعة وهي
نسبة تقريبية اصطلح عليها المتأخرون كانت نسبة سطح الدائرة
الى مربع قطرها نسبة احد عشر الى اربعة عشر بحسب ذلك وليكن قطر
الدائرة آ ب ونرسم عليه مربع ح ح وليكن ح د نصف ه ه ه د سبع ح د
فلان نسبة مثلث آ ح ه الى مثلث آ ح د نسبة احد عشر الى
سبعة ونسبة مثلث آ ح د الى مثلث آ ه د نسبة سبعة الى واحد
يكون نسبة مثلث آ ح د الى مثلث آ ح د نسبة اثنين وعشرين الى
سبعة ومربع ح ح اربعة امثال مثلث آ ح د ومثلث آ ح د مساو



لسطح الدائرة لان آ ح
مساو لنصف القطر
وح د مساو لمقرب
لنصف المحيط فنسبة
مربع القطر الى سطح الدائرة
نسبة ثمانية وعشرين الى اثنين وعشرين بل نسبة اربعة عشر الى احد عشر
وذلك ما اردناه وهذا تمام القول في تكسير الدائرة و

٩٣

تم الكلام حامدين لله تعالى على حسن توفيقه

م م م